

Desarrollo de una aplicación para espacios vectoriales en álgebra lineal

Development of an application for vector spaces in linear algebra

CLAUDIA CECILIA CHÁVEZ MOLINA • MARISELA IVETTE CALDERA FRANCO • VERÓNICA VALENZUELA GONZÁLEZ

Claudia Cecilia Chávez Molina. Tecnológico Nacional de México campus Chihuahua II, México. Correo electrónico: mm95552013@chihuahua2.tecnm.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4463-0023>.

Marisela Ivette Caldera Franco. Tecnológico Nacional de México campus Chihuahua II, México. Docente del programa de maestría en Sistemas Computacionales; doctora en Educación. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática y Computación ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática/Tecnología Aplicada a la Educación. Perfil Deseable PROFE. Correo electrónico: marisela.cf@chihuahua2.tecnm.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5574-5817>.

Verónica Valenzuela González. Tecnológico Nacional de México campus Chihuahua II, México. Docente de Ciencias Básicas. Cuenta con estudios de maestría en Educación. Miembro del Cuerpo Académico Educación Matemática y Computación ITCHID-CA-2, LIIADT: Didáctica de la Matemática/Tecnología Aplicada a la Educación. Correo electrónico: veronica.vg@chihuahua2.tecnm.mx. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4363-4930>.

Resumen

Las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en la educación han tenido un amplio desarrollo, ya que logran en el estudiante la adquisición de competencias tecnológicas que lo llevarán a mejorar sus desempeños laborales. En la actualidad, en el área académica, es requerida la incorporación de TIC, y aun cuando existe gran cantidad de *software* comercial, no siempre son los más adecuados, ya sea por sus altos costos, requerimientos de conexión a internet, instalación en una computadora o porque no se cubren los temas requeridos en la asignatura. Este desarrollo tecnológico consiste en realizar una aplicación móvil, que ayude en la enseñanza del álgebra lineal, en específico, espacios vectoriales, para las carreras de ingeniería. Dicha aplicación resuelve problemas de independencia lineal, combinación lineal y conjunto generador en vectores en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , para su uso en dispositivos móviles con sistema operativo Android; es gratuita, no requiere estar conectado a internet y estará a disposición en PlayStore. Las herramientas de programación utilizadas fueron Java y Android Studio.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, álgebra, tecnología educativa, telefonía móvil, estrategias de enseñanza.

Abstract

Information and communication technologies (ICT) in education have had a wide development, since they help students to acquire technological competences that will get them to improve their working performance. Currently, in the academic area, the incorporation of ICT is required, and even though there are a lot of commercial software, they are not always the most suitable, due to their high costs, internet connection requirements, installation on computer or because they do not include the topics required by the subject. This technological development consists of creating a mobile application that helps teaching linear algebra, specifically vector spaces, for engineering careers. This application solves problems of linear independence, linear combination and generator set in \mathbb{R}^2 and \mathbb{R}^3 vectors, for its use on mobile devices with Android operating system; it is free, it does not require an internet connection and will be available in PlayStore. Java and Android Studio were the programming tools used.

Keywords: Mathematics teaching, algebra, educational technology, mobile telephony, teaching strategies.

INTRODUCCIÓN

Dentro del plan de estudios del Tecnológico Nacional de México se incluye la impartición de la materia de álgebra lineal en las diferentes carreras de ingeniería. El programa educativo a nivel licenciatura está integrado por 45 carreras, de las cuales 37 son ingenierías. En el ciclo 2018-2019 se encontraban cursando estas carreras aproximadamente 520,000 alumnos (TecNM, 2018).

El temario de la asignatura incluye tópicos relacionados con números complejos, operaciones con matrices, análisis de espacios vectoriales y sus propiedades. Además sugiere el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC) (TecNM, 2016).

La preocupación por los problemas que enfrentan los estudiantes de ingeniería sobre los temas de álgebra lineal ha llevado a Costa y Rossignoli (2017) a identificar las causas de los posibles obstáculos en la enseñanza y aprendizaje de los tópicos, que se abordan por los docentes del área de ciencias básicas. Por otra parte, Gracia (2010) plantea una indispensable vinculación de los contenidos de álgebra lineal con situaciones cotidianas para enriquecer el desarrollo de dichos conocimientos, al igual que la sugerencia por parte de Morales y Herrera (2018) de prácticas con una aplicación móvil para el aprendizaje de ecuaciones lineales.

Vivas (2016) efectuó un estudio que tuvo como propósito examinar el nivel de uso de TIC en el campo del álgebra lineal, para tal efecto se diseñó y validó un cuestionario. Se encontró que los estudiantes universitarios usan de manera frecuente su equipo de cómputo y teléfonos móviles para estudiar y transferir información de la asignatura.

Urzola, Díaz y Ortiz (2016) plantean una serie de estrategias para la enseñanza del álgebra lineal, como el acompañamiento por medio de la plataforma Moodle, dando explicaciones en forma de video de los contenidos, uso de *software* libre y un aplicativo basado en Excel para solucionar matrices y un simulador del método de Gauss-Jordan.

Otra de las herramientas didácticas que ayudan al álgebra lineal es el uso de Scilab y Wiris. Al respecto, Sánchez-Mosquera y DT-Ríos (2013) analizan el rendimiento académico con el uso de este tipo de *software*. Miden en estudiantes un aprendizaje significativo siguiendo los pasos para usar dichas herramientas en los temas de matrices, determinantes, ecuaciones lineales, subespacio vectorial, dependencia e independencia y transformaciones lineales.

Vidal, Cruz e Inza (2016) propusieron la creación de un sistema multimedia para la enseñanza del álgebra lineal, el cual cuenta con ambientes atractivos sencillos de manipular y tiene acceso a Python para poder programar los cálculos de matrices, determinantes, ecuaciones lineales, entre otras. También se muestra toda la materia ambientada con imágenes interactivas para despertar el interés en los usuarios. Otra propuesta, hecha por Vergara, Avilez y Romero (2016), es la de utilizar el *software*

Matlab para la enseñanza de los temas de álgebra lineal, impartiendo talleres en que se les facilita a los estudiantes y profesores el acceso a esta herramienta, junto con una serie de ejercicios e instrucciones para poder llevar a cabo los cálculos de los temas sobre resolución de ecuaciones lineales, operaciones matriciales, problemas asociados a espacios vectoriales y en el cálculo de valores y vectores propios de una matriz cuadrada. La desventaja es que esta herramienta es difícil de usar y de alto costo.

Como se ha expuesto, el uso de las TIC ha ido aumentando en el área de educación, ya que la tecnología avanza rápidamente y las instituciones se han adaptado a lograr que los estudiantes desarrollen competencias tecnológicas que les permitan estar a la vanguardia de sus conocimientos para el mejor aprovechamiento, no solo de tiempo, sino de las destrezas necesarias de competencias genéricas.

Las TIC facilitan el proceso de enseñanza-aprendizaje, junto con el docente que implementa estrategias didácticas para llevar a los estudiantes a realizar la validación de los conocimientos. “Las TIC acompañan a la reconceptualización de los saberes” (Vinueza y Gallardo, 2017).

El objetivo de esta investigación fue desarrollar e implementar una aplicación móvil capaz de resolver ejercicios de combinación lineal, independencia lineal y conjunto generador, en vectores de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , con las características de ser una aplicación libre y sin costo, que funcione sin requerir de internet o wifi.

ANTECEDENTES

En esta sección se describen las características más importantes de aplicaciones diseñadas que se utilizan en álgebra lineal. Dicha descripción se realiza en torno a los siguientes parámetros claramente diferenciados: tipo de licencia, funcionamiento local o en línea, dispositivos físicos soportados (móvil, tableta, computadora), capacidad para desglosar el desarrollo de un problema hasta la solución final, cumpliendo los principios básicos del diseño de aplicaciones y que cubra completamente los temas de interés. Algunas son aplicaciones para dispositivos móviles (*apps*) y otras son *software* (de escritorio).

Derive

Es un *software* de cálculo matemático avanzado, diseñado por Soft Warehouse, actualmente es propiedad de Texas Instruments. La primera versión en el mercado fue en 1988. Procesa variables algebraicas, expresiones, ecuaciones, funciones, vectores, matrices y expresiones booleanas de la misma forma que una calculadora científica procesa números.

En el área de álgebra lineal, efectúa operaciones con vectores, matrices y conjuntos. Maneja elementos simbólicos y numéricos, utiliza notación de subíndice estándar. Realiza operaciones con matrices como transpuesta, determinante, inversa y traza, utiliza el método de Gauss-Jordan.

Esta aplicación no tiene versiones para móvil y requiere estar conectada a internet para funcionar, además que ya fue discontinuada, se liberó la última versión de forma gratuita en el año 2005 (Uptodown.com, 2005).

GeoGebra

Es un *software* de matemáticas que abarca todos los niveles educativos desde preescolar hasta posgrado. Desarrolla áreas de geometría, álgebra, estadística y cálculo en registros gráficos, de análisis y de organización en hojas de cálculo. Esta aplicación permite compartir de manera fácil diseños y aplicaciones.

Inició en el año 2001, como parte de la tesis de Markus Hohenwartner en Salzburgo, en la actualidad continúa con este proyecto en la Universidad de Linz, Austria. Fue desarrollado en lenguaje Java.

Contiene álgebra, estadística y cálculo, presentándose en forma interactiva. Su código es abierto, para el área educativa, se encuentra prácticamente en todos los idiomas. En el área del álgebra lineal, realiza operaciones con vectores, como suma, resta y producto escalar. En el tema de espacios vectoriales permite la visualización de un subespacio en dos dimensiones e incluye ortogonalidad.

Tiene varias aplicaciones para uso móvil y de escritorio, cuenta con una versión de escritorio que se descarga de internet, aunque necesita estar conectado para que funcione. Existen diferentes opciones como son calculadora gráfica, graficadora en 3D, geometría, GeoGebra clásico 5 y 6, y realidad aumentada (Dirección de Enseñanza y Aprendizaje Mediados por Tecnologías, s.f.; Geogebra, s.f.).

Maple

Es un *software* orientado a la resolución de problemas matemáticos capaz de efectuar cálculos simbólicos, algebraicos y de álgebra computacional. Fue desarrollado en 1981 por el Grupo de Cálculo Simbólico en la Universidad de Waterloo. Salió al mercado en 1988 y desde entonces se ha ido mejorando. Aborda varios temas como cálculo, álgebra lineal, astrofísica, estadística y física. Tiene versión de escritorio y para dispositivos móviles, tanto para Android como para IOS, que se conecta a la versión de escritorio.

En el área de álgebra lineal realiza las operaciones básicas, como son suma, resta y multiplicación de vectores, matriz inversa, determinante y sistema de soluciones lineales. No incluye las opciones de espacios vectoriales.

Muestra varias versiones, siendo la de tipo estudiante la más económica, a 99 dólares anuales. Las versiones para estudiantes no tienen limitaciones en poder de cómputo, pero sí vienen con menos documentación impresa (Maplesoft, s.f.).

MatCalc

Es una aplicación móvil de acceso gratuito, su interfaz es poco amigable debido a su organización y colores, además que muestra simultáneamente publicidad.

Se pueden realizar operaciones básicas como sumas, restas y multiplicación de matrices. Calcula el determinante, inversa y eliminación por método de Gauss, eigenvalores y eigenvectores. Muestra el procedimiento de cada operación paso a paso y requiere de conexión a internet (MatCalc, s.f.).

MathCad

Es un ambiente que permite la documentación técnica, diseño y cálculo numérico y simbólico, en el mismo lugar. Más que una calculadora se maneja como un cuaderno que permite plantear problemas, organizar ideas, analizar datos, modelados, así como también documentar, presentar y comunicar los resultados. Tiene la opción de graficar los resultados en dos y tres dimensiones.

Se encuentra organizado como una hoja de trabajo, en las que las ecuaciones y expresiones se muestran gráficamente. Proporciona dos versiones, de estudiante y la comercial *Prime*. Tiene un motor de inteligencia artificial capaz de resolver con mayor exactitud y velocidad cálculos matemáticos con alto grado de dificultad.

En el área de espacios vectoriales, aunque directamente no resuelve los temas de espacios vectoriales, sí realiza operaciones de ayuda. Se puede descargar de forma gratuita en la versión de estudiante para uso en escritorio y requiere de conexión a internet para su funcionamiento. El costo aproximado es de 668 euros y cuenta con una aplicación móvil para Android (MathCad, s.f.).

Mathematica

La primera versión salió al mercado en 1988, su creador fue Stephen Wolfram. Es un *software* para uso en computadora con una gran cantidad de funciones, alrededor de 6,000. Cubre áreas que van desde lo básico hasta la computación técnica, incluso se puede utilizar como un lenguaje de programación de propósito general. Incluye temas tales como redes neuronales, aprendizaje automático, procesamiento de imágenes, geometría, ciencia de datos, entre otros.

En el área del álgebra lineal, maneja matrices tanto numéricas como simbólicas, matrices densas y dispersas, tiene la capacidad de resolver matrices con millones de entradas. Resuelve sistemas de ecuaciones lineales, convirtiéndolas en ecuaciones matriciales y aplica operaciones para resolverlos. En cuanto a los temas de independencia lineal, espacio generado y conjunto generador, aunque proporciona herramientas que puede ayudar a resolverlo, no viene incluido en su totalidad.

Tiene una versión de escritorio y es posible descargar una versión de prueba por quince días, pero restringe algunas opciones y no muestra el proceso de resolución

del problema, en dicha versión, el costo para una versión académica es de 1,290 pesos anuales. Requiere de acceso a internet para su funcionamiento, el idioma en que se trabaja es el inglés (Wolfram, s.f.).

Mathway

Es una aplicación web en la que se puede resolver ecuaciones matemáticas en línea. El objetivo es proporcionar soluciones paso a paso, y aprender del proceso para resolver problemas de álgebra, geometría y trigonometría, entre otros.

Las opciones para trigonometría son para resolver ecuaciones y graficar, tiene un conversor de radianes a grados y números complejos. Incluye la opción de operaciones con vectores. En cálculo muestra conceptos básicos, colocar puntos en gráficos, realizar operaciones complejas como límites, derivadas e integrales. El paso a paso es bastante detallado, y existe la posibilidad de ir viendo más pasos a medida que se desarrolla la solución. Permite representar gráficamente cualquier función de forma sencilla. Evaluando esta aplicación para el área de interés, en álgebra lineal cubre el tema de independencia lineal.

Se puede usar desde la computadora o dispositivo móvil. Está disponible para descargar de forma gratuita en sistemas IOS y Android. Cuenta con una versión gratuita que no presenta límites de ejercicios diarios pero sí restringe el acceso a la resolución de ciertos problemas, y no permite ver el método de resolución, además que incluye publicidad. Cualquier versión necesita conexión a internet para poder ejecutarla. La versión completa tiene un costo de 10 dólares mensuales, o 50 dólares anuales (Mathway, s.f.).

Matrix Calculator

Es un *software* en línea que realiza operaciones con matrices: determinante, matriz inversa, traspuesta, rango, entre otras. Operaciones básicas: multiplicación, suma, resta, multiplicación por un escalar. Es gratuita y tiene un enlace a Wikipedia donde muestra la teoría necesaria.

Proporciona los detalles de la resolución del problema y la opción de elegir entre varios métodos. Muestra publicidad, pero no interfiere durante la resolución de los ejercicios. Su idioma es español y no se tiene versión para móvil (Matrix Calculator, s.f.).

Matrix Operations

Es una aplicación para dispositivos móviles diseñada para operaciones con matrices: cálculo de determinante, inversa, matriz de kernel, eigenvalores y eigenvectores. Tiene la limitante de que no muestra el procedimiento, solo maneja los resultados en modo fracción. Efectúa los cálculos en la nube, por lo que se requiere conexión a internet para su funcionamiento.

Se puede encontrar versiones tanto para sistema IOS como Android, y es gratuita, el inconveniente es que se detiene por completo para mostrar publicidad (Matrix Operations, s.f.).

Operaciones con matrices

Aplicación para dispositivos móviles con sistema operativo Android, de acceso gratuito e interfaz clara y amigable. Es capaz de resolver operaciones matriciales como resta, multiplicación, matriz inversa, determinante, matriz transpuesta, potencia de matriz, rango, ecuaciones matriciales y sistemas de ecuaciones.

Presenta la opción de mostrar el desarrollo de la solución y proporciona el resultado expresándolo en forma decimales y fracciones (HMLA, s.f.).

Symbolab

Es una herramienta en línea de educación matemática. Permite practicar y descubrir temas matemáticos utilizando símbolos y anotaciones científicas, así como texto. Se puede encontrar en versión de escritorio y móvil, de acceso gratuito.

Proporciona soluciones automatizadas paso a paso para temas algebraicos, trigonométricos y de cálculo que abarcan desde la escuela intermedia hasta la universidad. Symbolab ofrece una gran cantidad de calculadoras inteligentes que incluyen ecuaciones, ecuaciones simultáneas, desigualdades, integrales, derivadas, límites, línea tangente, ecuaciones trigonométricas, funciones y otras.

El objetivo declarado del sitio es hacer que el contenido científico sea universalmente accesible mediante la expansión del espacio de datos de búsqueda en anotaciones científicas, expresiones, ecuaciones y fórmulas. Esto se realiza mediante la aplicación de algoritmos de aprendizaje automático patentados para comprender el significado y el contexto de las consultas.

Entre las diferentes calculadoras que tiene en existencia hay una para álgebra lineal, que realiza operaciones matriciales como suma, resta, multiplicar por potencia, transpuesta, determinante, inversa, rango, menores y cofactores, eliminación de Gauss-Jordan, matriz escalonada, valores propios, vectores propios y diagonalización.

Las operaciones con vectores que realiza son suma, resta, multiplicación por escalar, producto punto, producto cruz, magnitud, ángulo, vector unitario, proyección y proyección escalar. Queda sin cubrir el área de espacios vectoriales (Symbolab, s.f.).

Winplot

Es un generador de funciones gráficas especialmente diseñado para el estudio visual de una serie de ecuaciones matemáticas. Genera gráficas de ecuaciones explícitas, curvas simples y ecuaciones diferenciales de dos y tres ejes. Para el área de álgebra lineal, de espacios vectoriales, resulta poco relevante.

Es una aplicación para computadora, corre sobre la plataforma Windows. Es gratuita, pero requiere acceso a internet para utilizarla (Picos, s.f.).

Wiris

Es un programa computacional usado en línea, básicamente es un editor de ecuaciones matemáticas y fórmulas químicas. Tiene versión de escritorio y móvil. Integrado en plataformas de aprendizaje y procesadores de textos, resulta poco relevante para el aprendizaje del álgebra lineal.

Proporciona varios tipos de licencia, entre ellas la educativa, que tiene un costo de un dólar anual por usuario. Para su funcionamiento se requiere de conexión a internet, no cuenta con versión para móvil (Wiris, s.f.).

Wolfram Alpha

Es un programa en línea que responde a las preguntas mediante el procesamiento de la respuesta extraída de una base de datos estructurada. Fue anunciado en marzo del 2009 por el físico británico Stephen Wolfram y está en funcionamiento desde el 15 de mayo del 2009.

Contiene una amplia variedad de temas que van desde matemáticas elementales hasta avanzadas, artes, química, ciencias de la tierra, historia, noticias, finanzas, geometría, entre otras.

Wolfram Alpha contiene conocimientos avanzados, al realizar una consulta a partir de un pequeño conjunto de información básica mostrando un resultado. Está basado en uno de los programas creados por Wolfram Research, *Mathematica*, que incorpora el procesamiento de álgebra, cálculo numérico y simbólico, visualizaciones y capacidades estadísticas.

En álgebra lineal tiene la opción de resolver operaciones con matrices, operaciones con vectores (independencia lineal). Permite acceder a ejercicios en línea y muestra el procedimiento paso a paso de su resolución. El usuario se enfrenta a la restricción de que funciona solo conectado a internet. Su costo es de un solo pago, de 200 pesos mexicanos, y tiene una versión gratuita que puedes utilizar por una semana. Además existen aplicaciones móviles tanto para Android como IOS. Su idioma disponible es inglés (Wolfram Alpha, 2021).

PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

De la revisión y puesta en funcionamiento de las catorce aplicaciones señaladas en el apartado de antecedentes se identifica que todas necesitan de una conexión a internet y aunque algunas (Wolfram Alpha, Mathematica, MathCad, Matrix Calculator y Operaciones con matrices) son herramientas que permiten solucionar problemas de espacios vectoriales, directamente no incluyen el tema.

En el Instituto Tecnológico Nacional de México campus Chihuahua II, en el área de posgrado en la maestría de Sistemas Computacionales se ha impulsado a los estudiantes para que desarrollen proyectos de aplicaciones que beneficien a las ciencias básicas, tales son los casos de la aplicación móvil que resuelve ecuaciones diferenciales ordinarias de García-Almeida (2020) y la aplicación móvil para desarrollar y graficar series de Fourier elaborada por Duarte-Martínez (2020), ambas se encuentran en Play Store.

Con la finalidad de utilizar una aplicación que apoye a la enseñanza del álgebra lineal los profesores han hecho uso de *software* comercial, encontrando la dificultad de poder adquirir la licencia ya que en algunas instituciones no tienen los recursos para este fin. Una de las aplicaciones más utilizadas es la Matrix Calculator, pero tiene la desventaja que al utilizarse en el móvil no es tan responsiva ni amigable, pues está creada originalmente para computadora.

Dado lo anterior se considera que el desarrollo de aplicaciones libres que ayuden a la enseñanza de las matemáticas es de suma importancia. El objetivo de esta investigación fue diseñar e implementar una aplicación móvil capaz de resolver ejercicios de combinación lineal, independencia lineal y conjunto generador en vectores de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , con las características de ser una aplicación libre y sin costo, que funcione sin requerir de internet o wifi.

METODOLOGÍA

Para el desarrollo de este proyecto se utilizó la metodología de ingeniería de *software* educativo (ISE), la cual se seleccionó por ser la encargada de apoyar el desarrollo de aplicaciones computacionales que tiene como fin implementar procesos de aprendizaje. Esta metodología proporciona cinco fases: análisis, diseño, desarrollo, prueba piloto y prueba de campo (Vargas, Toledo y Reyes, 2015).

Análisis

De los espacios vectoriales se trabajaron los temas de independencia lineal, conjunto generador y combinación lineal, en vectores de \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 , que son temas incluidos en la materia de álgebra lineal para cualquier carrera de ingeniería.

Grossman y Flores (2012) definen dependencia e independencia lineal, donde sean $v_1, v_2 \dots v_n$, n vectores en un espacio vectorial V ; entonces se dice que los vectores son linealmente dependientes si existen n escalares $c_1, c_2 \dots c_n$, no todas las c deben ser cero, tales que $c_1 v_1 + c_2 v_2 + \dots + c_n v_n = 0$.

La definición de un conjunto generador nos dice: sea $v_1, v_2 \dots v_n$ un conjunto de vectores de un espacio vectorial V . Si todo vector de V puede expresarse como combinación lineal de $v_1, v_2 \dots v_n$, entonces se dice que $v_1, v_2 \dots v_n$ es un conjunto generador de V o también que $v_1, v_2 \dots v_n$ generan V .

Definiendo combinación lineal, se dice que siendo $v_1, v_2 \dots v_n$ vectores en un espacio vectorial V , entonces cualquier vector de la forma $a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_nv_n$, donde $a_1, a_2 \dots a_n$ son escalares, es una combinación lineal de $v_1, v_2 \dots v_n$ en un espacio vectorial V .

Para reconocer el proceso de enseñanza-aprendizaje que se tiene dentro del aula y poder crear una aplicación útil al estudiante, el primer acercamiento fue cursar la materia con los alumnos de licenciatura y ver las dificultades a las que se enfrentan en el desarrollo de los ejercicios realizados a mano, en el tema de espacios vectoriales.

Los estudiantes abordan los ejercicios de independencia lineal, conjunto generador y combinación lineal por medio de un conjunto de vectores, al aplicar la definición, forman un sistema de ecuaciones lineales que genera una matriz aumentada.

Se observó que la mayoría de los estudiantes tienen dispositivos móviles con Android como sistema operativo, por lo que se decidió desarrollar la aplicación en Android Studio como entorno de desarrollo, debido a que este proporciona una serie de herramientas de trabajo que facilitan la descarga al usuario.

Diseño

La primera parte que se hizo fue el diseño de las pantallas de la aplicación, buscando su sencillez, limpieza y claridad. Se utilizó Adobe para el modelado y posteriormente se implementó en Android, quedando la presentación de la pantalla como se muestra en la figura 1.

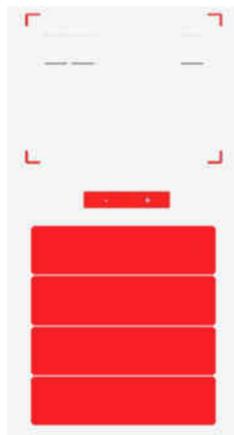


Figura 1. Primer diseño de la aplicación.

Fuente: Pantallas de aplicación desarrollada.

Después de la revisión y realizar algunos ajustes en los diseños, se inició con la codificación de la aplicación, bajo la herramienta de Android Studio, y se obtuvo un primer prototipo de la aplicación (Developers, s.f.).

Desarrollo

Se usó Java como lenguaje de programación, por ser multiplataforma y entre las características que proporciona está su multifuncionalidad y lo que se programa en Java funciona en cualquier ordenador, dispositivo o máquina que soporte Java, aunado a esto, es *open source* y tiene una amplia variedad de código utilizable.

Java es un lenguaje de programación que se usa para desarrollo nativo de Android, lo que le proporciona alta popularidad y es muy demandado entre los desarrolladores de *software* (Java, s.f.).

PRUEBA PILOTO

Cuando el usuario entra a la pantalla inicial se muestra el nombre de la aplicación “Espacios Vectoriales”, después de unos segundos se despliega la pantalla donde se realiza la captura de los datos. En primer lugar, muestra un espacio para capturar cada uno de los componentes de la matriz aumentada señalada en un recuadro, en la parte inferior del mismo muestra un signo menos y un signo más, esto es para aumentar los espacios de la matriz, ya sea de 2×2 o 3×3 . Muestra tres botones donde se puede elegir la operación a realizar, como se muestra en la figura 2.



Figura 2. Pantalla de captura inicial.
Fuente: Pantallas de aplicación desarrollada.

La opción de independencia lineal resuelve dos vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^3 , dos vectores en \mathbb{R}^3 y tres vectores en \mathbb{R}^2 . Se parte de la captura de la matriz aumentada en la cual la última columna son ceros, ya que se aplica la definición del concepto de independencia lineal y en forma manual el estudiante así lo resuelve.

Al realizar la captura y elegir la opción, despliega un mensaje que indica si los vectores son linealmente independientes o no. Tiene un botón que dice “ver pasos Gauss-Jordan”, el cual muestra cada reducción por renglones de la matriz aumentada, como se ve en la figura 3.

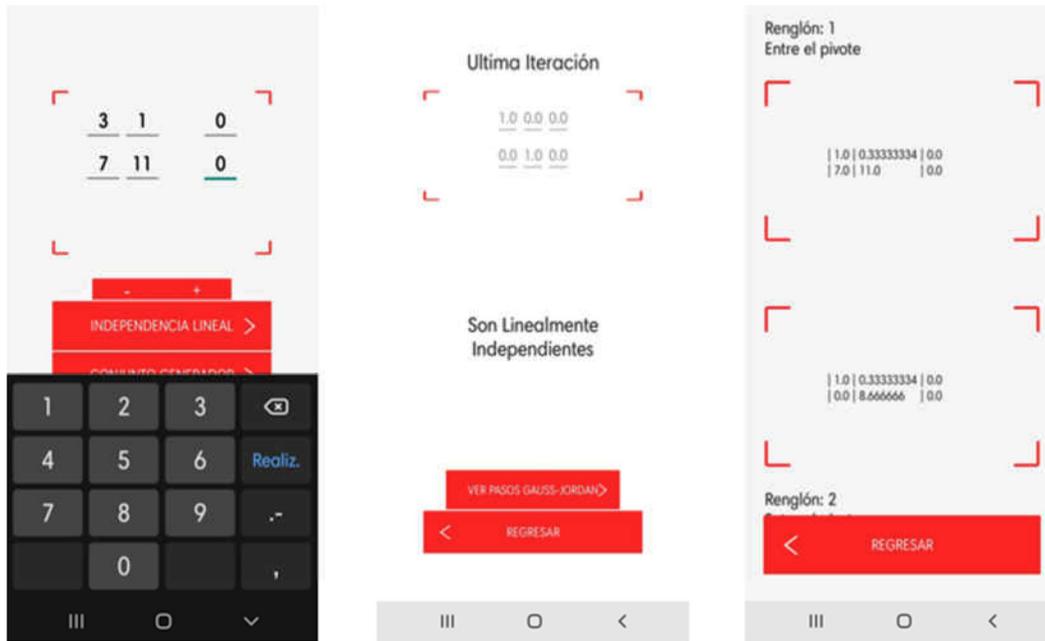


Figura 3. Pantalla de captura independencia lineal.

Fuente: Pantallas de aplicación desarrollada.

Para el tema de conjunto generador, se captura la matriz aumentada que se forma de los vectores iniciales, estos pueden ser tres vectores en R^3 , dos vectores en R^3 y dos vectores en R^2 . Se selecciona la opción de “conjunto generador”, se despliega una pantalla donde dice si es o no un conjunto generador y se proporcionan los resultados de los escalares en función de x, y, z según corresponda cada caso, tal como se muestra en la figura 4.

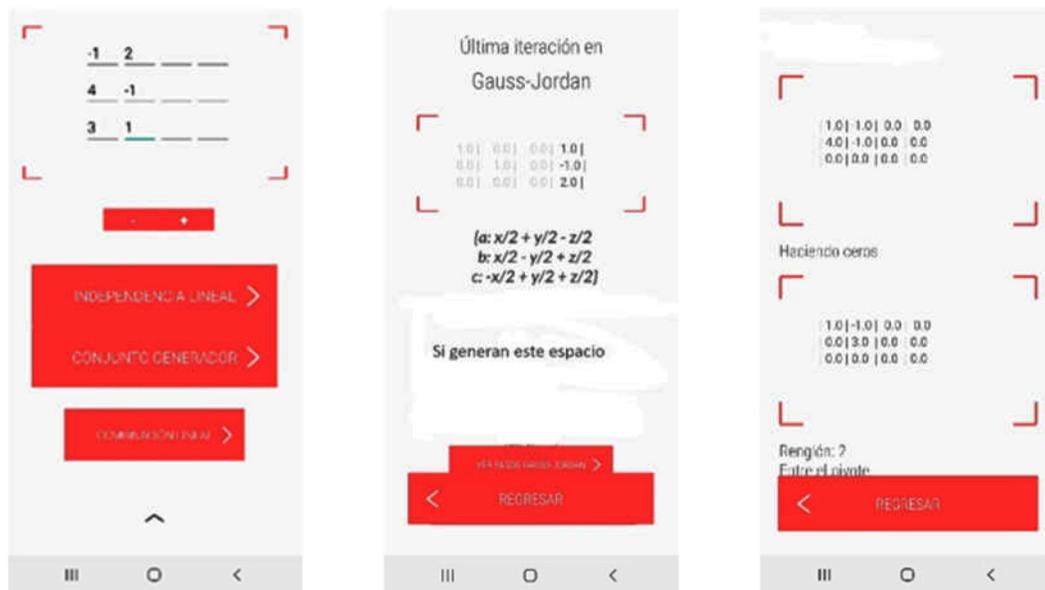


Figura 4. Pantalla de captura de conjunto generador.

Fuente: Pantallas de aplicación desarrollada.

Para el tema de combinación lineal, se captura la matriz aumentada que se forma de los vectores iniciales, estos pueden ser tres vectores en \mathbb{R}^3 a un cuarto vector, dos vectores en \mathbb{R}^3 a un tercer vector y dos vectores en \mathbb{R}^2 a un tercer vector. Se selecciona la opción de “combinación lineal”, mostrando en la pantalla los escalares y un mensaje indicando si los vectores son o no son una combinación lineal, como se observa en la figura 5.

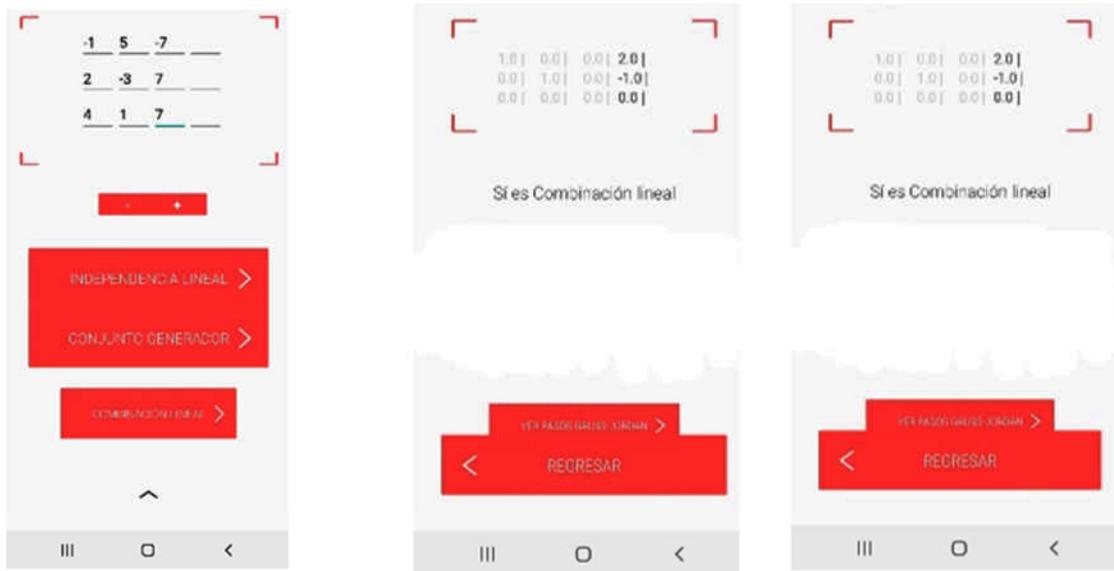


Figura 5. Combinación lineal.
Fuente: Pantallas de aplicación desarrollada.

PRUEBA DE CAMPO

La prueba consiste en subir la aplicación a la Play Store, la cual estará disponible para su uso y retroalimentación de su funcionamiento, en caso de ser necesario realizar actualizaciones.

RESULTADOS Y CONCLUSIÓN

Los primeros resultados obtenidos muestran que la aplicación puede calcular la independencia lineal de dos vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^3 y dos vectores en \mathbb{R}^3 .

En el conjunto generador determina si es o no es para dos vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^3 y dos vectores en \mathbb{R}^3 .

En la combinación lineal, resuelve dos vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^2 , tres vectores en \mathbb{R}^3 y dos vectores en \mathbb{R}^3 .

Gracias a esta aplicación, se espera que los alumnos logren revisar la solución manual, que el maestro incluya nuevas estrategias didácticas, para que puedan avanzar en forma ágil con el aprendizaje de la materia.

Como conclusión, en esta investigación se ha logrado realizar ejercicios de los tres temas contemplados, en diferentes tipos de dispositivos móviles. Estamos en el proceso de cargarlo a la Play Store para ser probado por alumnos de ingeniería y poder hacerle las adecuaciones necesarias.

A futuro se espera que se vayan incorporando el resto de los temas de espacios vectoriales, con la finalidad de que los maestros se puedan apoyar en esta *app* durante el curso, beneficiando a cualquier ingeniería, en general.

Agradecimientos

Al comité tutorial por las atenciones recibidas en el desarrollo de este trabajo de investigación (TecNM); al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico, por la beca brindada para la realización de esta investigación a través del Tecnológico Nacional de México campus Chihuahua II.

REFERENCIAS

- Costa, V. A., y Rossignoli, R. (2017). Enseñanza del álgebra lineal en una facultad de Ingeniería: aspectos metodológicos y didácticos. *Revista Educación en Ingeniería*, 12(23), 49-55. Recuperado de: <http://sedici.unlp.edu.ar/handle/10915/67615>.
- Developers (s.f.). *Introducción a Android Studio*. Recuperado de: <https://developer.android.com/studio/intro?hl=es-419>.
- Dirección de Enseñanza y Aprendizaje Mediados por Tecnologías (s.f.). *Geogebra*. Recuperado de: <http://eduonline.iberomex.mx/DEDSitio/recursos/geogebra.html>.
- Duarte-Martínez, J. (2020). *Aplicación móvil para desarrollar y graficar series de Fourier* (Tesis de Maestría). TecNM campus Chihuahua II. Recuperado de: <http://www.chihuahua2.tecnm.mx/webmaestria/documentos/tesis/2018/tesisJesusDuarte.pdf>.
- García-Almeida, D. (2020). *Aplicación móvil para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO)* (Tesis de Maestría) TecNM campus Chihuahua II. Recuperado de: <http://www.chihuahua2.tecnm.mx/webmaestria/documentos/tesis/2018/tesisDanielaGarcia.pdf>.
- Geogebra (s.f.). *Aplicaciones matemáticas*. Recuperado de: <https://www.geogebra.org/>.
- Gracia, M. (2010). Formando docentes de matemática para la enseñanza del álgebra lineal. *Revista Integra Educativa*, 3(2), 235-262. Recuperado de: http://www.scielo.org.bo/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1997-40432010000200008
- Grossman, S., y Flores, J. (2012). *Álgebra lineal*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- HMLA (s.f.). Operaciones con matrices. Recuperado de: https://play.google.com/store/apps/details?id=com.highermathematics.linearalgebra.free&hl=es_CR.
- Java (s.f.). *DesarrolloWeb*. Recuperado de: <https://desarrolloweb.com/home/java>.
- Maplesoft (s.f.). *Mathematics-based software & services for education, engineering, and research*. Recuperado de: <https://www.maplesoft.com/>.
- MatCalc (s.f.). *MatCalc versión 3*. Recuperado de: <https://play.google.com/store/apps/details?id=calculator.matrix.matcalc>.
- MathCad (s.f.). *MathCad Prime 7*. Recuperado de: <https://www.mathcad.com/>.
- Mathway (s.f.). *Álgebra*. Recuperado de: <https://www.mathway.com/es/Algebra>.
- Matrix Calculator (s.f.). *Calculadora de matrices*. Recuperado de: <https://matrixcalc.org/es/>.
- Matrix Operations (s.f.). *Matrix Operations*. Recuperado de: <https://play.google.com/store/apps/details?id=ru.sssprog.matrixoperations&hl>.

- Morales, M. I., y Herrera, S. (2018). M-learning con realidad aumentada para el aprendizaje significativo en álgebra lineal. *Anais do Simpósio Ibero-Americano de Tecnologias Educacionais*, 111-119. Recuperado de <https://publicacoes.rexlab.ufsc.br/old/index.php/sited/article/view/233>.
- Picos, P. (s.f.). *Uso de Winplot*. Recuperado de: <https://sites.google.com/site/usodewinplotpatriciapicos/acerca-de-winplot>.
- Sánchez-Mosquera, J., y DT-Ríos Lara, L. (2013). *Uso de las TICs (SCILAB y WTRIS) y su influencia en el rendimiento en el álgebra lineal de los alumnos del primer nivel de Ingeniería de la Escuela Politécnica del Ejército Extensión Latacunga* (Tesis de Maestría). Maestría en Docencia Matemática, Ambato, Ecuador. Recuperado de: <http://repositorio.uta.edu.ec/handle/123456789/7242>.
- Symbolab (s.f.). *Symbolab*. Recuperado de: <https://es.symbolab.com/>.
- TecNM (2016). *Programa de la materia Álgebra lineal*. Recuperado de: <https://www.tepic.tecnm.mx/doc/PlanesEstudio/ii/Programas/AC003%20Algebra%20Lineal.pdf>.
- TecNM (2018). *Anuario estadístico 2018*. Recuperado de: https://www.tecnm.mx/pdf/ANUARIO_ESTADISTICO_2018.pdf.
- Uptodown.com (2005). *Derive*. Recuperado de: <https://derive.uptodown.com/windows>.
- Urzola, P. F., Díaz, O. E., y Ortiz, M. A. (2016). Estrategias mediadas por TIC para la enseñanza de las matemáticas universitarias: enseñanza del álgebra lineal en el Instituto Universitario de La Paz. *Revista Electrónica TicALS*, 1(2). Recuperado de: <http://als.edu.co/revistaticals/index.php/ticals/article/download/13/10>.
- Vargas, M. E., Toledo, F., y Reyes, J. (2015). *Sistema Tutor Inteligente para la Enseñanza de la Matemática Financiera* (Tesis de Licenciatura). Recuperado de: <https://repositorio.umsa.bo/handle/123456789/8953>.
- Vergara, G., Avilez, A., y Romero, J. (2016). Uso de Matlab como herramienta computacional para apoyar la enseñanza y el aprendizaje del álgebra Lineal. *Revista MATUA*, 3(1). Recuperado de: <http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1512>.
- Vidal, C. S., Cruz, J. C., e Inza, E. P. (2016). Diseño e implementación de un sistema multimedia para el álgebra lineal. *7mo Congreso Internacional de Tecnologías y Contenidos Multimedia* (pp. 1-9). La Habana, Cuba. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Carlos-Segura-4/publication/303354733_Design_and_implementation_of_a_Multimedia_System_for_Linear_Algebra/links/573dfc9008aea45ee842def9/Design-and-implementation-of-a-Multimedia-System-for-Linear-Algebra.pdf.
- Vinueza, S. F. V., y Gallardo, V. P. S. (2017). Impacto de las TIC en la educación superior en el Ecuador. *Revista Publicando*, 4(11(1)), 355-368. Recuperado de: <https://core.ac.uk/download/pdf/236644472.pdf>.
- Vivas, M. (2016). Las TIC como recursos digitales para el estudio del álgebra lineal: una experiencia con estudiantes de ingeniería en Informática de la Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado. *Revista MATUA*, 3(2). Recuperado de: <http://investigaciones.uniatlantico.edu.co/revistas/index.php/MATUA/article/view/1672>.
- Wiris (s.f.). *MathType*. Recuperado de: <https://www.wiris.com/en/mathtype/>.
- Wolfram (s.f.). *Wolfram Mathematica*. Recuperado de: <https://www.wolfram.com/mathematica/>.
- Wolfram Alpha (s.f.). *Examples for algebra*. Recuperado de: <https://www.wolframalpha.com/examples/mathematics/algebra/>.

Cómo citar este artículo:

Chávez Molina, C. C., Caldera Franco, M. I., y Valenzuela González, V. (2021). Desarrollo de una aplicación para espacios vectoriales en álgebra lineal. *RECIE. Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa*, 5(2), pp. 167-181. doi: doi.org/10.33010/recie.v5i2.1327.



Todos los contenidos de RECIE. *Revista Electrónica Científica de Investigación Educativa* se publican bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial 4.0 Internacional, y pueden ser usados gratuitamente para fines no comerciales, dando los créditos a los autores y a la revista, como lo establece la licencia.
