revista de investigación educativa de la Rediech

• Volumen 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550 •

Concepciones alternativas sobre el concepto de pendiente en estudiantes de nivel medio superior de una zona rural

Alternative conceptions about the concept of slope in high school students of a rural area

Gerardo Salgado-Beltrán • Javier García-García

Resumen

Este artículo reporta los resultados de una investigación cuyo objetivo fue identificar las concepciones alternativas sobre el concepto de pendiente en estudiantes de nivel medio superior pertenecientes a una zona rural. Se empleó una entrevista basada en tareas para la recolección de datos de 28 estudiantes de 12° grado y el método de análisis temático para su respectivo análisis. Las concepciones alternativas identificadas fueron la pendiente como: la longitud de un segmento de recta, un objeto, una ecuación lineal o algún elemento de esta, el valor del ángulo de inclinación de una recta, un concepto propio o característico de las rectas, la distancia del eje x a un punto de esta, la pendiente de una recta gráficamente representa un punto en el plano cartesiano, y el signo de la pendiente queda determinado por el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica. Estos resultados nos invitan a reflexionar sobre futuras investigaciones para promover una mejora en el aprendizaje de la pendiente.

Palabras clave: Concepciones alternativas, pendiente, entrevista basadas en tareas, zona rural.

Abstract

This paper reports the results of a research whose objective was to identify alternative conceptions about the concept of slope in high school students of a rural area. A task-based interview was used to collect data from twenty-eight 12th grade students, and the thematic analysis method was used for their respective analysis. The alternative conceptions of the slope identified were: the length of a line segment, an object, a linear equation or some element of it, the value of the angle of inclination of a line, a concept proper or characteristic of lines, the distance from the x axis to a point on it, the slope of a line graphically represents a point on the cartesian plane, and the sign of the slope is determined by the sign of the semi x axis where the graph is located. These results invite us to reflect on future research to promote an improvement in learning about the concept of slope.

Keywords: Alternative conceptions, slope, task based interviews, rural area.

Recibido: 22 de agosto de 2023 | *Aprobado:* 20 de mayo de 2024 | *Publicado:* 28 de mayo de 2024
https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v15i0.1942

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

Introducción

La investigación en educación matemática sobre el concepto de *pendiente* no es reciente, desde hace décadas se han realizado diversos estudios con el objetivo de entender los problemas que surgen en el proceso de enseñanza-aprendizaje a fin de incidir positivamente en el mismo (Abreu et al., 2020). Uno de los enfoques se centra en el estudio de los errores que los estudiantes presentan al resolver actividades relacionadas con este concepto, estos han sido atribuidos al tratamiento algorítmico y procedimental en entornos escolares, así como a la naturaleza propia del concepto (Birgin, 2012; Cho y Nagle, 2017).

La literatura ha reportado que tanto profesores como estudiantes enfrentan dificultades al interpretar la pendiente como razón de cambio en diferentes contextos (Stump, 2001; Wilhelm y Confrey, 2003; Planinic et al., 2012; Dolores-Flores et al., 2019). Además, se han estudiado los significados atribuidos a la pendiente (Coe, 2007; Byerley y Thompson, 2017). La investigación también ha explorado las diversas conceptualizaciones que emergen al resolver tareas relacionadas con la pendiente, identificando once formas distintas, como razón algebraica, razón geométrica, propiedad funcional, propiedad física, trigonométrica, entre otras (Stump, 2001; Moore-Russo et al., 2011), subrayando la importancia de integrar estas ideas para una comprensión más completa (Nagle y Moore-Russo, 2013).

Aunado a lo anterior, las conceptualizaciones han sido la base para diversos estudios que se interesan en conocer las que son promovidas en el currículo matemático. Por ejemplo, en el currículo de Estados Unidos destacan la *razón geométrica* que conlleva a interpretar la pendiente como $\frac{rise}{run}$ (Stanton y Moore-Russo, 2012; Nagle y Moore-Russo, 2014), mientras que en el de México se promueve con mayor énfasis la *razón algebraica*, implicada en el cálculo algebraico de la pendiente a partir de dos puntos por donde pasa una recta (Dolores-Flores e Ibáñez-Flores, 2020).

Gerardo Salgado-Beltrán. Profesor-investigador de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por la UAGro. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores, Nivel C, y miembro del Padrón Estatal de Investigadores del Estado de Guerrero. Ejerce la docencia en diferentes programas educativos de la UAGro. Es miembro del Cuerpo Académico "Matemática Educativa". Actualmente estudia la comprensión de objetos matemáticos a través de las conexiones matemáticas. Correo electrónico: gerardosalgadobeltran@yahoo.es. ID: https://orcid.org/0000-0001-8133-5440.

Javier García-García (autor de correspondencia). Profesor-investigador de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México. Es Doctor en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa por la UAGro. Es miembro del Sistema Nacional de Investigadoras e Investigadores, Nivel 1, e impacta en diversos programas educativos de la misma universidad. Actualmente trabaja en la línea de conexiones matemáticas y su incorporación al aula para la mejora de la comprensión, de la cual han derivado diversos artículos científicos como "Mathematical understanding based on the mathematical connections made by Mexican high school students regarding linear equations and functions" (2024). Correo electrónico: jagarcia@uagro.mx. ID: https://orcid.org/0000-0003-4487-5303.

Así mismo se han explorado aquellas conceptualizaciones que son consideradas por los profesores de matemáticas en el diseño de materiales de instrucción, destacando la *razón geométrica* y *algebraica* (Nagle y Moore-Russo, 2013), mientras que en los libros de texto se observa una predominancia de conceptualizaciones basadas en la definición analítica, como el *coeficiente paramétrico*, la *razón algebraica* y la *trigonométrica* (Choy et al., 2015; Dolores-Flores e Ibáñez-Flores, 2020). Además, se ha investigado qué conceptualizaciones de la pendiente tienen los estudiantes universitarios (Rivera et al., 2019) y las que se presentan en el contenido enseñado por profesores de nivel medio superior –NMS– (Salgado, 2020). Se ha encontrado que los estudiantes de NMS tienden a concebir la pendiente desde una perspectiva geométrica, pero enfrentan dificultades al comprenderla como una razón de cambio (Dolores-Flores et al., 2019), lo que sugiere que la instrucción ha tenido poco impacto en su comprensión conceptual.

Los hallazgos que reportan investigaciones previas sobre el concepto de la pendiente provienen de estudios realizados con estudiantes de zonas urbanas, a diferencia de esta investigación centrada en estudiantes de una zona rural vulnerable. Según los resultados de la prueba Planea 2017, los estudiantes rurales en México obtuvieron puntajes más bajos en matemáticas en comparación con los de zonas urbanas (Planea, 2018), atribuidos a carencias educativas que acentúan el rezago en estas zonas (Juárez y Rodríguez, 2016). Esta situación también se relaciona con la deserción universitaria (López et al., 2014).

García-García (2014) destaca que, en áreas rurales, el proceso de enseñanza de matemáticas implica situaciones culturalmente ajenas a los estudiantes, ya que se centra en el currículo nacional; además, el libro de texto es usado como principal herramienta didáctica (López y Tinajero, 2011). Estos materiales, proporcionados por las autoridades educativas, plantean problemas descontextualizados de la vida cotidiana de los estudiantes, lo que afecta su rendimiento (Blanco y Blanco, 2009; García-García, 2014).

La literatura señala una escasez de propuestas de enseñanza sobre la pendiente, a pesar de su importancia en la formación matemática y su presencia destacada en los currículos de la enseñanza media y superior en varios países (Nagle y Moore-Russo, 2014; Dolores et al., 2020; Abreu et al., 2020). Por otro lado, hay posturas que resaltan la importancia de conocer las ideas previas de los estudiantes antes de la instrucción formal de un concepto matemático, pues resultan fundamentales para una enseñanza efectiva (Mahmud y Gutiérrez, 2010).

En este contexto, Chhabra y Baveja (2012) subrayan la importancia de entender el pensamiento de los estudiantes, ya que sus propias concepciones influyen en su proceso de aprendizaje (Lucariello et al., 2014). Esto ha convertido el estudio de las concepciones en un campo de investigación relevante. Así, se han realizado

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

investigaciones que exploran concepciones alternativas en diferentes campos de conocimiento (An y Wu, 2012; Lucariello et al., 2014; Denbel, 2014; Kaplan et al., 2015; Serhan, 2015), pero ninguna se ha enfocado en la pendiente y en estudiantes de NMS de zonas rurales.

Por otro lado, el estudio de las concepciones alternativas es importante porque algunas son resistentes al cambio e incluso persisten después de recibir una instrucción cuidadosa (Chi et al., 2012; Denbel, 2014; Bostan, 2016). En ese sentido, identificar las concepciones alternativas de los estudiantes es fundamental para proponer diseños de instrucción que fomenten la comprensión del concepto de pendiente, base para otros como razón de cambio, límite, derivada y continuidad. Por tanto, la presente investigación se propuso responder la pregunta "*¿Qué concepciones alternativas evidencia un grupo de estudiantes de 12° grado de una zona rural al resolver tareas que involucran el concepto de pendiente*?".

Marco conceptual

Concepciones alternativas

Para Osborne y Wittrock (1983) el constructo *concepciones* incluye a las creencias, teorías, significados y explicaciones desarrolladas por los estudiantes. Estas pueden entrar en conflicto con los significados matemáticos aceptados, dando lugar a concepciones alternativas (Confrey, 1990), que difieren del conocimiento esperado y revelan diferentes comprensiones de una tarea (Mevarech y Kramarsky, 1997). Tales concepciones, expresadas de manera verbal o escrita, reflejan el pensamiento del estudiante, aunque algunas se construyen en ambientes escolares (Abouchedid y Nasser, 2000; Dolores, 2004). Se manifiestan cuando las creencias del estudiante discrepan de las aceptadas socialmente (Kastberg, 2002), siendo ideas contradictorias o inconsistentes con nociones científicas aceptadas (Narjaikaewa, 2013).

Las concepciones alternativas, lejos de ser ideas aisladas, forman esquemas conceptuales coherentes en las mentes de los estudiantes, actuando como filtros y catalizadores en el aprendizaje (Confrey, 1990; Lucariello et al., 2014), razón por la cual es importante detectarlas, encontrar su origen y las razones que provocan su surgimiento (García, 2018).

Para Fujii (2020), las concepciones alternativas se manifiestan cuando las concepciones de los estudiantes entran en conflicto con los significados aceptados en matemáticas. En este sentido, García (2018) las asume como aquellos conocimientos de los estudiantes inconsistentes con los que la comunidad matemática acepta como correctos. Estas se manifiestan a través de los argumentos que esgrimen los estudiantes al resolver tareas específicas y que se complementan con sus producciones escritas. Para efectos de esta investigación se asumen las *concepciones alternativas de la pendiente* (en adelante CAP) en el mismo sentido que les da García (2018).

Pendiente

La pendiente es definida como el coeficiente angular de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación (Lehmann, 1980); se expresa numéricamente como una razón. Esta puede interpretarse de dos formas: como la medida de la inclinación de la recta o como la variación de una variable respecto de otra entre dos puntos específicos, relacionada con la covariación (Lobato y Thanheiser, 2002; Stewart, 2012). Así, la pendiente puede interpretarse como la forma más básica de la razón de cambio, lo cual contribuye a que ambos conceptos puedan representarse con el mismo modelo matemático $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, x_2 \neq x_1$ (Stanton y Moore-Russo, 2012).

Método

Contexto de la investigación y participantes

La investigación se realizó en una escuela pública de NMS en una zona rural de la región Tierra Caliente, Guerrero, México. Participaron 28 estudiantes voluntarios (15 hombres y 13 mujeres) de 17-18 años, matriculados en el 12° grado. Después de clases apoyan a sus padres en actividades agrícolas, la principal fuente de ingresos en su comunidad. Además, durante la pandemia enfrentaron dificultades para acceder a sus clases por la falta de internet, por lo que se sentían poco preparados académicamente. Sin embargo, todos trabajaron con el concepto pendiente en grados anteriores. En adelante se les identificará como E1, E2 … E28 para mantener la confidencialidad de sus identidades.

Colecta de datos

Se diseñó y aplicó una entrevista basada en tareas (EBT), siguiendo el enfoque de Goldin (2000). Una EBT implica una interacción mínima entre un sujeto y el entrevistador, mediada por una o más tareas previamente diseñadas, que pueden ser preguntas, problemas o actividades. Este método combina la entrevista, que permite obtener la verbalización de los procesos de pensamiento del individuo, y un instrumento (cuestionario) para conocer los procedimientos e ideas que el individuo emplea al resolver las tareas propuestas.

Inicialmente se tuvo una reunión consensuada entre los investigadores y el profesor frente a grupo para conocer en detalle cómo aborda el concepto de pendiente en clase. Se le plantearon preguntas como "¿cómo enseña la pendiente?", "¿qué estrategias utiliza?", ¿cómo se incluye el contexto de los estudiantes en las actividades que resuelven?", "¿utiliza las nociones que los estudiantes han construido fuera de la escuela?". Entre otras respuestas, el profesor señaló que solo se concentra en resolver las actividades del libro de texto, por falta de tiempo.

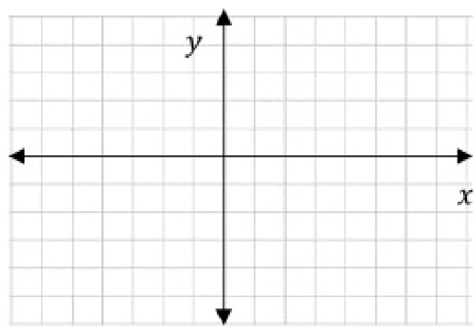
ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

Tabla 1a
Tareas planteadas a los estudiantes

Tarea 1. Explica, ¿para ti qué es la pendiente?

Tarea 2. Propón al menos un ejemplo de una situación del mundo real donde identifiques la pendiente.

Tarea 3. Dada la ecuación $3x + 2y = 6$ identifica su pendiente y construye su gráfica en el plano dado. Argumenta tu respuesta.



Tarea 4. Observa la imagen y explica cómo está involucrada la idea de pendiente.

Tarea 5. Grafica la recta que tenga por pendiente a $m = \frac{1}{2}$ y que pase por el punto $A(3,4)$.

Tarea 6. Indica qué recta tiene mayor pendiente. Argumenta tu respuesta.

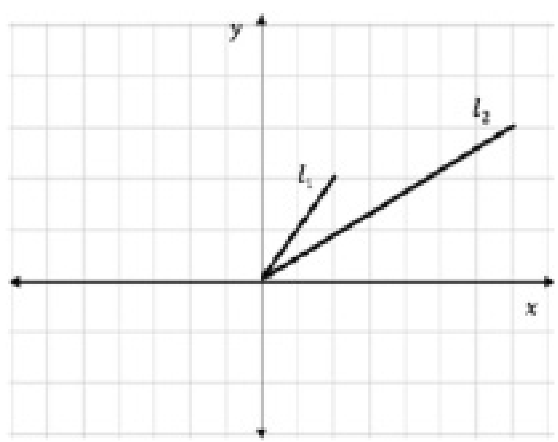
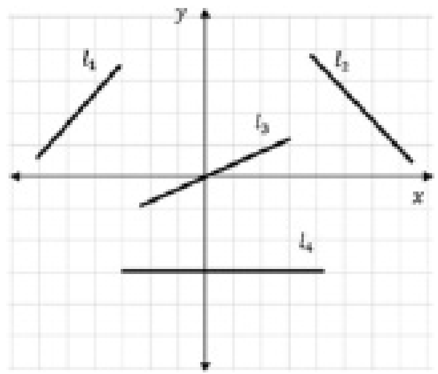


Tabla 1b

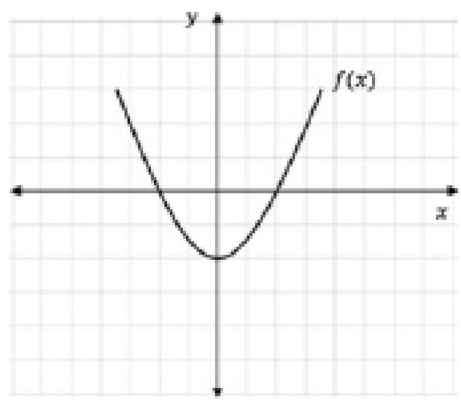
Tareas planteadas a los estudiantes

Tarea 7. Indica cuál(es) de las rectas tienen pendiente positiva, negativa y cero. Argumenta tu respuesta.

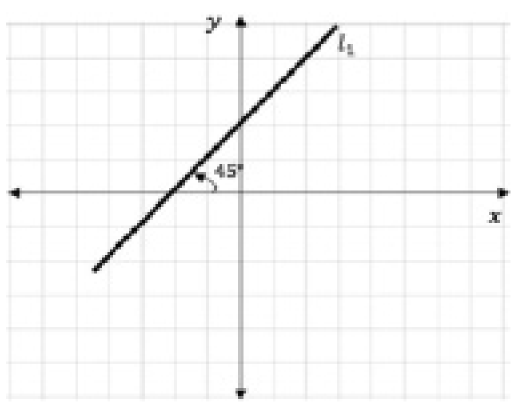


Tarea 8. Si la ecuación de una recta es $y = \frac{2}{3}x$, encuentra la ecuación de una recta perpendicular a ella. Argumenta tu respuesta.

Tarea 9. Indica para qué valores de *x* la curva tiene pendiente cero. ¿Dónde tendrá pendiente positiva y negativa? Argumenta tu respuesta.



Tarea 10. Calcula la pendiente de la recta dada. Argumenta tu respuesta.



Fuente: Construcción personal.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

A partir de lo anterior se propusieron diez tareas, las cuales fueron validadas por expertos en la materia. Los criterios de validación se centraron en la claridad de redacción, el nivel de dificultad y la pertinencia de las preguntas con el objetivo del estudio. Se realizó una prueba piloto con cinco estudiantes de NMS para asegurar la coherencia en la redacción, la asequibilidad de las tareas y su correspondencia con los objetivos de la investigación. La prueba piloto fue videograbada para su posterior análisis y tuvo una duración de 60 a 90 minutos. A partir de los resultados se reformularon tres tareas que integraron el protocolo final del estudio, por ejemplo, en la tarea 1, de plantear "¿Qué es la pendiente?" fue modificada a "Explica, ¿para ti qué es la pendiente?".

El instrumento final quedó conformado por las tareas descritas en las tablas 1a y 1b. Estas buscaron identificar la idea de "pendiente" que los estudiantes han formado, el vínculo que establecen con situaciones del mundo real, su interpretación en la gráfica de una recta, su identificación en un modelo matemático, su uso al graficar una recta en el plano, su cálculo según una condición dada y su uso para establecer la perpendicularidad entre dos rectas.

Análisis de datos

Las entrevistas proporcionaron evidencia tanto escrita como verbal de los participantes, registrada en las hojas de trabajo y videograbaciones realizadas. Para analizar esta información se utilizó el método de análisis temático de Braun y Clarke (2012), con triangulación de investigadores para garantizar confiabilidad, validez, credibilidad y rigor de los resultados. Este método permite identificar patrones de significado (temas) a partir del conjunto de datos recopilados de las respuestas de los estudiantes a las tareas planteadas en el protocolo de la EBT; además, es útil para realizar un análisis fundamentado en la teoría (como en esta investigación) y es adecuado para grupos pequeños de datos. Este método se compone de seis fases, las cuales se describen a continuación.

- *Fase 1. Familiarización con los datos*. Se transcribieron las entrevistas y se digitalizaron las producciones escritas, posteriormente se hizo una lectura global de las respuestas para tener ideas iniciales sobre las concepciones alternativas que evidenciaron los estudiantes y familiarizarse con el lenguaje de los participantes.
- *Fase 2. Generación de códigos iniciales*. Se identificaron palabras, frases o cálculos que los estudiantes emplearon para referirse a la pendiente, por ejemplo, en el extracto de E1 para la tarea 3 se destacan en cursivas las frases que posibilitaron establecer tres códigos iniciales: "la pendiente en una ecuación es el número que acompaña la equis", "solo las rectas tienen pendiente" y "en una ecuación de la recta la pendiente va con las equis".

Investigador.- Dada la ecuación $3x + 2y = 6$, identifica su pendiente y construye su gráfica.

E1.- …por la forma de la ecuación, se trata de una recta [reescribe la ecuación y señala que la gráfica pasa por $x = 3$ y $y = 2$ y su pendiente es 3].

Investigador.- ¿Cómo llegas a esa conclusión?

E1.- Observo el número que está con la equis, es que *la pendiente es el número que acompaña a la equis,* siempre.

Investigador.- Explica un poco más tu respuesta.

E1.- Sí, cuando se tiene la ecuación de una recta, sé que se cumple que *la pendiente va con las equis*.

Investigador.- ¿Qué pasaría si la ecuación no fuera de una recta?

E1.- …y, ¿se quiere determinar su pendiente?

Investigador.- Sí.

E1.- Pero eso no se puede hacer, porque para mí *solo las rectas tienen pendiente*.

En esta fase se identificaron 110 códigos iniciales asociados a las ideas utilizadas o mencionadas por los estudiantes sobre la pendiente. Sin embargo, en algunas ocasiones hicieron referencia a más de dos ideas, lo que generó una codificación diferente, aunque solo utilizaran una de ellas como estrategia central en la solución de la tarea. Este proceso se realizó con las producciones de los veintiocho participantes.

- *Fase 3. Búsqueda de temas y subtemas*. Se compararon los códigos iniciales para agrupar aquellos que compartían significado o algún patrón de respuesta (subtemas). Los subtemas fueron asociados a un tema, correspondiente a una concepción alternativa sobre la pendiente. Por ejemplo, de los subtemas como *la pendiente* $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ *representa un punto (*Δy, Δx*) por donde pasa la recta*, *la recta que pasa por el origen del plano tiene pendiente cero* y *la pendiente es el punto de intersección de una recta o curva con los ejes*, se construyó el tema *la pendiente de una recta gráficamente representa un punto en el plano cartesiano*.
- *Fase 4. Revisión de los temas y subtemas*. Se realizaron dos niveles de revisión (Braun y Clarke, 2006); en el primer nivel se revisaron los códigos generados para cada tema y se aseguró que estos formaran un patrón coherente, en el segundo nivel se realizó un proceso similar involucrando todos los datos. Además, se realizó una revisión entre pares (investigadores del estudio) en cada nivel para mejorar la calidad y validez del análisis de los datos. Esto permitió refinar la identificación de las concepciones alternativas.
- *Fase 5. Definición y nombre de los temas y subtemas*. Se definió y nombró cada concepción alternativa de la pendiente identificada en los datos durante las sesiones de trabajo. Estas concepciones están respaldadas por las producciones escritas o verbales de los participantes.
- *Fase 6. Elaboración del informe*. Se elaboró un informe que incluye los subtemas definidos y agrupados en temas que contienen las concepciones alternativas identificadas sobre la pendiente. Para los propósitos de la investigación se presentan los resultados por concepción alternativa identificada.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

Resultados

El análisis de las producciones escritas y verbales de los participantes permitió construir 13 subtemas asociados al concepto de pendiente, los cuales corresponden a 8 concepciones alternativas identificadas en el proceso de resolución de las tareas (ver Tabla 2).

Tabla 2
Concepciones alternativas identificadas en los participantes

Concepciones alternativas	Subtemas	Frecuencia
La pendiente es la longitud de un segmento de recta	• La pendiente es la medida de la recta	84
La pendiente es el objeto	• La pendiente es una recta • La pendiente es la superficie u objeto que presenta inclinación	62
La pendiente es una ecuación lineal o algún elemento de esta	• La pendiente es la ecuación $ax + by = c$ • La pendiente es un coeficiente en la ecuación o el término independiente	57
La pendiente es el valor del ángulo de inclinación de una recta	• La pendiente es el ángulo de inclinación de la recta	42
Las curvas no tienen pendiente	• La pendiente no puede calcularse en curvas	38
La pendiente de una recta es la distancia del eje x a un punto de esta	• La pendiente es el valor de la altura en una recta	30
La pendiente de una recta gráficamente representa un punto en el plano cartesiano	• La pendiente $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ representa un punto $(\Delta y, \Delta x)$ por donde pasa la recta • La recta que pasa por el origen del plano tiene pendiente cero • La pendiente es el punto de intersección de una recta o curva con los ejes	29
El signo de la pendiente queda determinado por el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica	• El signo de la pendiente de una recta lo determina el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica • El signo de la pendiente de una curva lo determina el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica	19

Fuente: Construcción personal.

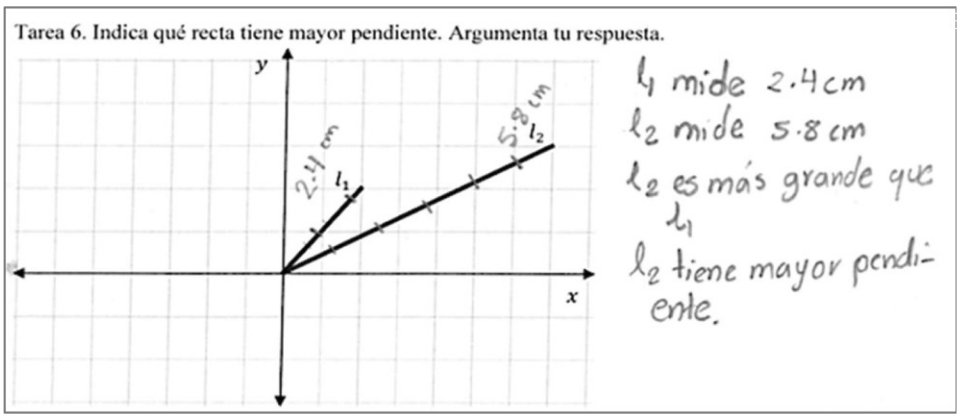
La pendiente es la longitud de un segmento de recta

Esta concepción alternativa fue evidenciada por dieciocho participantes con diferente frecuencia al exponer sus ideas sobre la pendiente, al comparar las pendientes de dos rectas dadas en un mismo plano y al calcular la pendiente de una recta dada en el plano incluido su ángulo de inclinación, en las tareas 1, 6 y 10. A continuación se describen los subtemas que posibilitaron su construcción.

La pendiente es la medida de la recta

Este subtema tuvo la mayor frecuencia en las respuestas de los estudiantes. Al explicar qué es la pendiente en la tarea 1, algunos participantes basaron su explicación en el dibujo de una recta en el plano, identificando la pendiente como la medida de la recta dibujada. También emergió en la tarea 6, donde al determinar la mayor pendiente entre dos rectas, algunos estudiantes señalaron que la recta más pequeña tenía menor pendiente en comparación con la otra de mayor longitud (ver Figura 1).

Figura 1
E2 interpretando la pendiente como la medida de una recta en la tarea 6



Fuente: Obtenida de los datos.

Esta concepción alternativa también apareció en la tarea 10 cuando, al calcular la pendiente de una recta dada en el plano, E1, E3, E4, E7, E20, E21, E25 y E28 utilizaron su regla graduada para medir la longitud del segmento y atribuir dicha medida a la pendiente de esta (ver extracto del diálogo con E4).

Investigador.- ¿Cómo determinaste la pendiente de l_1?
E4.- Bueno, voy a utilizar mi regla, profesor, ¿puedo?
Investigador.- Adelante.
E4.- Voy a medir la recta [superpone la regla en el dibujo de la recta] …mmm, *bueno, mide casi 7 centímetros, sí, la pendiente debe ser 7 centímetros*.
Investigador.- ¿Estás considerando la pendiente como la medida de la recta?
E4.- Sí, aunque hay un ángulo ahí, ese dato no es relevante, profe. Aunque existe una fórmula, que no recuerdo, pero sí sé que *lo que resulta de ella nos da la medida de la recta*.

La pendiente es el objeto

Esta concepción alternativa fue identificada en las respuestas de la mitad de los participantes en las tareas 1, 2, 4, 6 y 10. En general, se identificó que los participantes asocian el concepto de pendiente con algún objeto real o una representación. Para esta concepción se identificaron los subtemas que se detallan a continuación.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

La pendiente es una recta

Se identificó en las respuestas de las tareas 1, 6 y 10. Al explicar qué es la pendiente varios estudiantes señalaron que "la pendiente es una recta inclinada en el plano", "la pendiente es la línea recta dibujada en el plano", "la pendiente es un segmento en el plano", "la pendiente sube", lo cual permitió inferir dicha concepción alternativa (ver extracto del diálogo con E12). Por otro lado, al calcular la pendiente de una recta en el plano que incluía su ángulo de inclinación, algunos trazaron un triángulo rectángulo bajo la recta y señalaban que la hipotenusa (la recta dada) era la pendiente buscada, mientras que el ángulo se refería a la inclinación.

> Investigador.- ¿Para ti qué es la pendiente?
> E12.- Para mí, *la pendiente es como una línea recta* dibujada en el plano.
> Investigador.- Entonces, ¿para ti son lo mismo la pendiente y la recta?
> E12.- Sí… ¿estoy mal?
> Investigador.- No dije eso, solo quiero saber, ¿por qué los consideras así?
> E12.- Bueno, yo recuerdo que eso escuché en mis clases. Es que, siendo honesto, el profe decía "apréndanse la fórmula para poder calcular la pendiente", y *yo me imagino la recta cuando escucho pendiente*.

La pendiente es la superficie u objeto que presenta inclinación

Este subtema se construyó a partir de las respuestas de E2, E3, E5, E6, E9, E11 y E22 para las tareas 2 y 4. Al proponer ejemplos del mundo real, los estudiantes señalados mencionaron objetos con inclinación, como los techos de casas y los surcos de siembra de maíz. Al explicar cómo la pendiente está involucrada en una imagen de una calle con elevación, asociaron la pendiente con "la calle inclinada" o "la subida vista desde abajo o bajada si se observa desde arriba", por lo cual esta concepción alternativa indica que la pendiente frecuentemente se confunde con objetos del mundo real que presentan inclinación alguna (ver extracto del diálogo con E5 para la tarea 4).

> Investigador.- ¿Cómo está involucrada la pendiente en la imagen? [señala la imagen contenida en la tarea 4].
> E5.- Bueno, es que la pendiente es *la calle inclinada*.
> Investigador.- Explica más esa idea, por favor.
> E5.- …yo aprendí que *las subidas son pendientes* en realidad y ya en la escuela me dijeron que la pendiente es una fórmula $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, pero *en la vida real son subidas*.
> Investigador.- Entonces, de esas dos ideas, ¿con cuál te quedarías?
> E5.- *La pendiente es la calle empinada*, sí, es *la propia calle* porque está inclinada. La fórmula es en lo matemático.

La pendiente es una ecuación lineal o algún elemento de esta

Fue identificada en las respuestas de diez participantes para las tareas 3, 7 y 8. Se refiere a considerar la pendiente como la ecuación, algún coeficiente de las variables o el término independiente. Esta concepción la integran los siguientes subtemas.

La pendiente es la ecuación $ax + by = c$

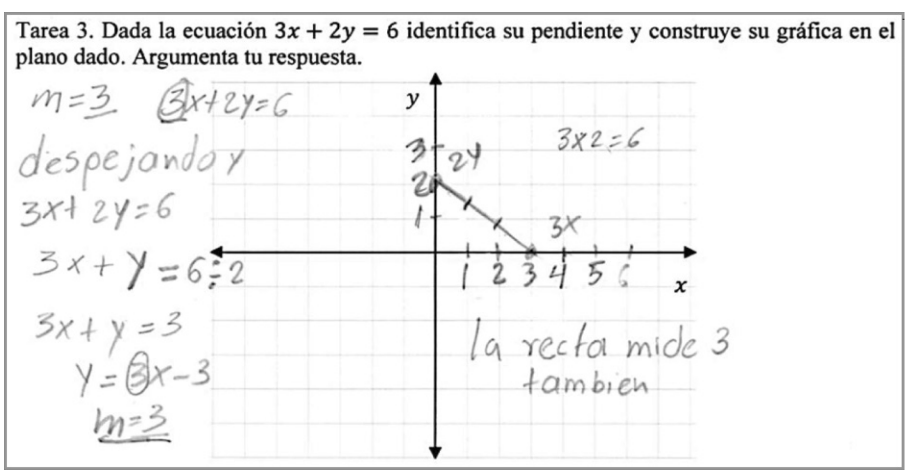
Este subtema se construyó a partir de las respuestas de E8, E23 y E26 para las tareas 3 y 8. Los participantes identificaron la pendiente de una recta como la ecuación general de la misma; estas ideas se evidenciaron verbalmente y por escrito a través de argumentos que incluyen expresiones como "la pendiente debe ser la ecuación", "la pendiente es la igualdad", entre otras, tal como se aprecia en el extracto de la entrevista con E26.

> Investigador.- A partir de los elementos dados, ¿cuál es la pendiente?
> E26.- Bueno [escribe en la hoja: "*la pendiente es* $3x + 2y = 6$"], para mí es eso.
> Investigador.- ¿Por qué lo consideras así?
> E26.- En clase nos dicen, "*siempre que veas la fórmula, ahí tienen la pendiente*".
> Investigador.- ¿Estás convencido de ello?
> E26.- Sí, pero depende de qué me estén dando.
> Investigador.- ¿A qué te refieres con ello?
> E26.- …cada concepto aparece de manera diferente. Por ejemplo, una fórmula, en la vida real, una ecuación, y así. La pendiente en la vida real es una inclinación de algo, *pero puede ser una ecuación*.

La pendiente es un coeficiente en la ecuación o el término independiente

Se identificó en las respuestas de E1, E2, E6, E7, E9, E10 y E26 para la tarea 3. Se encontró que algunos estudiantes asocian la pendiente con el coeficiente de x o y, mientras que otros la consideran como el término independiente en una ecuación (ver Figura 2), como se aprecia en el extracto de la entrevista con E2.

Figura 2
E2 interpreta la pendiente como coeficiente de x en una ecuación en la tarea 3



Fuente: Obtenida de los datos.

Investigador.- Dada la ecuación $3x + 2y = 6$, identifica su pendiente y construye la gráfica de la recta.

E2.- …la pendiente es [escribe: "$m = 3$"]. *Sí, es el número que acompaña* a *equis*.

Investigador.- ¿Puedes explicar con más detalle tu respuesta?

E2.- Sí, cuando se tiene la ecuación, siempre se debe fijar uno en el número que acompaña la equis, eso recuerdo de mis clases. Bueno, aunque no está despejada la *y* [escribe el despeje].

Investigador.- Entonces, ¿siempre que tienes una ecuación así lo asumes?

E2.- …sí.

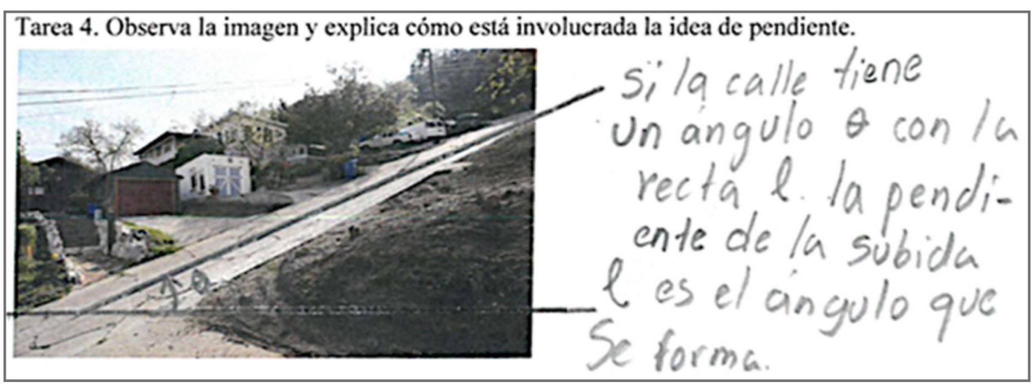
Investigador.- ¿Así despejas siempre?

E2.- …sí, recuerdo que primero es división, luego multiplicación, sumas y restas.

La pendiente es el valor del ángulo de inclinación de una recta

Esta concepción alternativa se identificó en las respuestas de diez participantes en las tareas 4 y 10. Consiste en ver la pendiente como el ángulo de inclinación de la recta o una calle. Surgió al explicar cómo está involucrada la pendiente en una imagen que considera una calle inclinada y al calcular la pendiente de una recta considerando su ángulo de inclinación. E1, E2, E4, E7, E10, E17, E18, E22, E23 y E26 trazaron el ángulo de inclinación de la calle respecto a una recta horizontal y señalaron que su pendiente es el ángulo que se forma (ver Figura 3 y extracto de la entrevista de E10 en la tarea 4). Esta se evidenció en frases como la "pendiente de la subida es el ángulo encontrado", "conocer la pendiente es lo mismo que conocer el ángulo" y "la pendiente de la recta es 45°".

Figura 3
E10 interpreta la pendiente como el ángulo de inclinación de una calle



Fuente: Obtenida de los datos.

> Investigador.- *En la imagen*, ¿cómo está involucrada la pendiente?
> E10.- Puedo hacer trazos, ¿verdad?
> Investigador: *Sí*.
> E10.- [Traza una recta horizontal y sobre la calle una recta para formar un ángulo θ] Mire, profesor, la calle tiene un ángulo, la pendiente de la subida es el ángulo que se forma.
> Investigador.- ¿Por qué lo consideras así?
> E10.- Es que la inclinación la manda el ángulo y la pendiente es la inclinación.

Las curvas no tienen pendiente

Fue identificada en las respuestas de nueve participantes en la tarea 9. Esta concepción alternativa se identificó cuando los estudiantes señalaron que la pendiente solo es calculable numéricamente en las rectas y no en curvas como una parábola. A este respecto, E8, E9, E10, E11, E13, E19, E23, E26 y E27 señalaron que en una parábola dada su gráfica no es posible determinar dónde tiene pendientes negativas, positivas o cero; se construyó a partir de frases como "no es una recta, no tiene pendiente" y "la pendiente es para las rectas", como se muestra en el siguiente extracto con E11.

> Investigador.- ¿Dónde la curva podría tener pendiente negativa?
> E11.- …veo la gráfica, hay algo que no entiendo.
> Investigador.- ¿Puedes comentarlo?
> E11.- Mmm, mire, por lo que veo, *la gráfica no es una línea recta*, ¿cómo calcularía la pendiente a algo que no es una recta?
> Investigador.- Entonces, ¿consideras que no es posible hacerlo?
> E11.- Pues no, *la pendiente es para las rectas, no para otras cosas*, bueno, para mí, *la pendiente solo se le saca a una recta*.

La pendiente de una recta es la distancia del eje *x* a un punto de esta

Esta concepción alternativa fue evidenciada por siete de los participantes cuando resolvieron las tareas 6 y 10, tal como se describe a continuación.

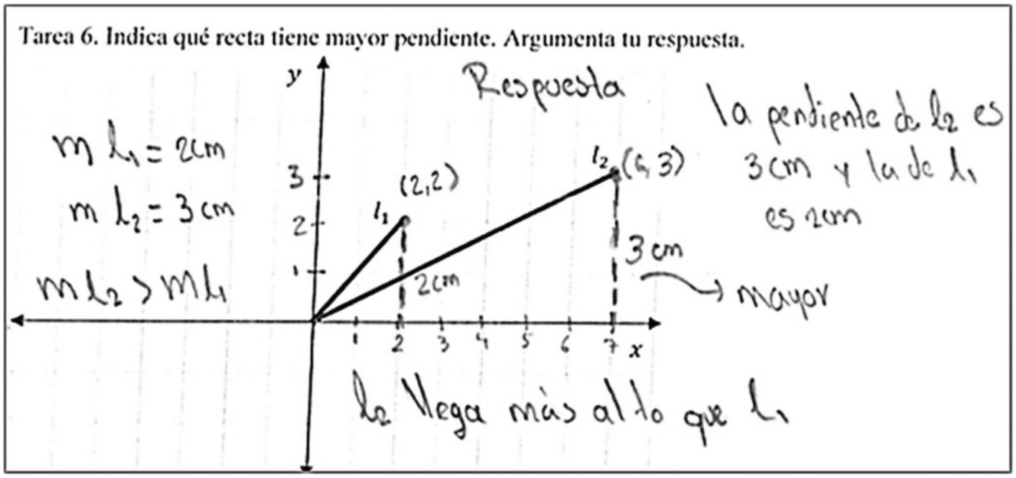
La pendiente es el valor de la altura máxima en una recta

Los participantes que la evidenciaron compararon las medidas de las alturas correspondientes a las ordenadas de los puntos extremos ubicados a la derecha de las rectas. Así, consideraron que la pendiente es el valor de la ordenada máxima en el dibujo de la recta en el plano (ver Figura 4).

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

Figura 4

E5 interpreta la pendiente como la altura máxima en una recta en la tarea 6



Fuente: Obtenida de los datos.

La pendiente de una recta gráficamente represeta un punto en el plano cartesiano

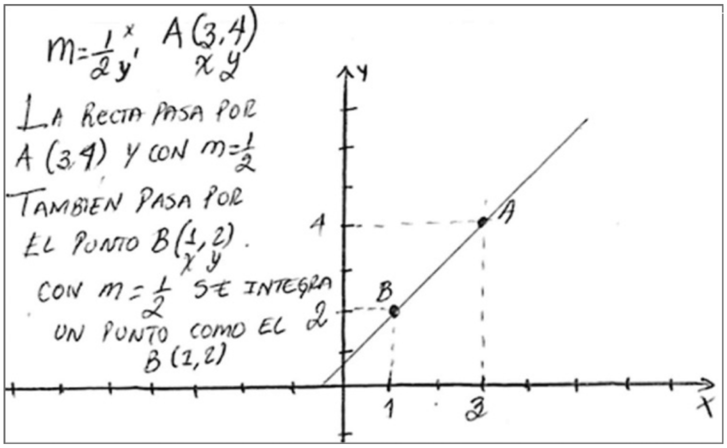
Esta concepción alternativa se identificó en las respuestas de siete participantes para las tareas 5, 6, 9 y 10. Esta concepción alternativa también incluye consideraciones que relacionan la pendiente con los puntos de intersección de esta con los ejes o con el punto de corte entre dos rectas trazadas en un mismo plano. Esta concepción la integran los subtemas que se comentan enseguida.

La pendiente $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ ***representa un punto (Δy, Δx) por donde pasa la recta***

Fue identificada en las respuestas de E1, E5, E22 y E23. Al graficar una recta dada la pendiente y un punto, ellos utilizaron la pendiente para construir una pareja ordenada que gráficamente representa un punto por donde pasa la recta. De esta forma, al tener dos parejas ordenadas trazaron la recta que las une (ver Figura 5).

Figura 5

Interpretación de la pendiente como un punto en el plano por E22 en la tarea 5



Fuente: Obtenida de los datos.

La recta que pasa por el origen del plano tiene pendiente cero

Esta concepción fue expuesta por E3, E10 y E26 al explicar que dos rectas trazadas en un mismo plano compartían la misma pendiente al coincidir en el origen. Esto permitió inferir que, para ellos, una recta que pasa por el origen del plano tiene una pendiente de cero (ver extracto de diálogo con E24).

> Investigador.- Indica, ¿qué recta tiene mayor pendiente?
> E24.- Bueno, profesor, me guiaré por lo que he aprendido… mire, *las dos rectas pasan por el origen*, luego entonces *deben tener pendiente cero*. Sí, son iguales.
> Investigador.- Entonces, ¿siempre que una recta pase por el origen tendrá pendiente cero?
> E24.- Sí, yo veo eso en la gráfica.
> Investigador.- ¿Qué observas para dar tu respuesta?
> E24.- *El punto por donde pasa la recta*.

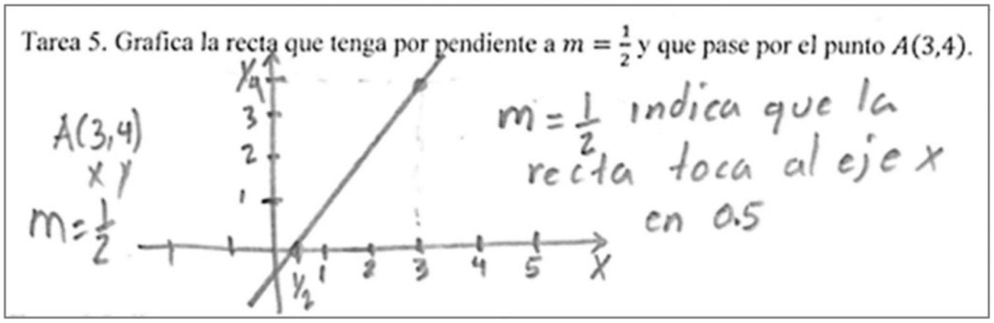
La pendiente es el punto de intersección de una recta o curva con los ejes

Esta concepción alternativa se identificó en las respuestas de E1, E3, E5 y E10 en las tareas 5, 9 y 10. Al graficar una recta interpretaron una pendiente dada como el valor donde esta debe cortar al eje x. Así, para construir una recta solo requieren otro punto (ver Figura 6). De manera análoga, esta concepción emergió cuando al calcular la pendiente de una recta los estudiantes la interpretaron como el punto de corte con el eje de las ordenadas. Además, estas ideas se extendieron al caso en el que la gráfica era una parábola, ya que consideraron que esta tenía pendiente cero donde intercepta al eje de las abscisas.

ie revista de investigación educativa de la Rediech
vol. 15 • 2024 • e1942 • ISSN: 2448-8550

Figura 6

La pendiente como la intersección de la recta con el eje x por el E10 para la tarea 5



Fuente: Obtenida de los datos.

El signo de la pendiente queda determinado por el signo del semi eje *x* donde se ubica la gráfica

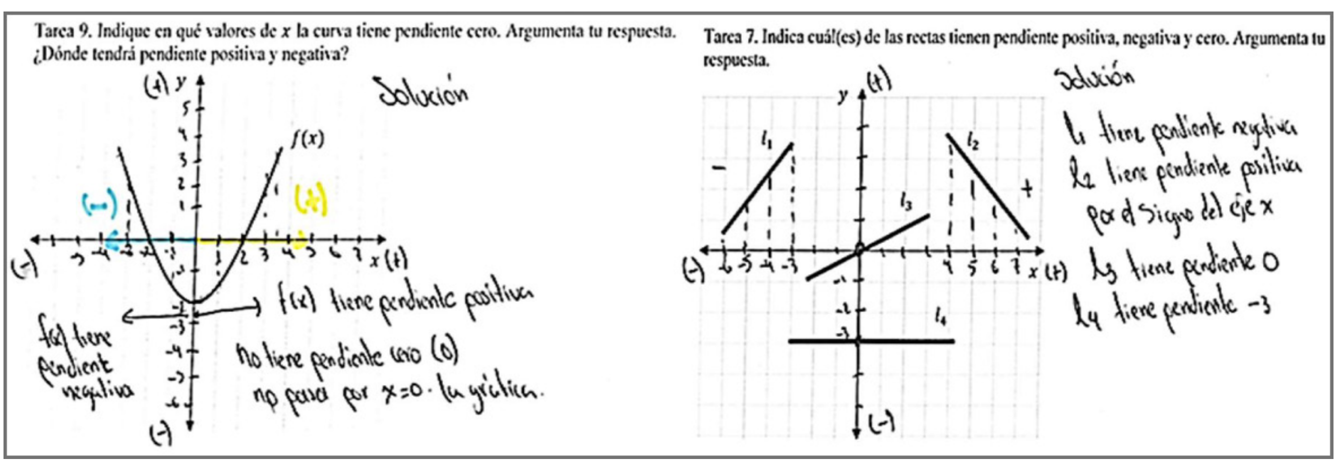
Esta concepción alternativa se identificó en las respuestas de seis participantes en las tareas 7 y 9. Esta concepción la integran los subtemas que se explican adelante.

El signo de la pendiente de una recta lo determina el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica

Se construyó a partir de las respuestas de E1, E3, E4, E6, E8, y E12, en la tarea 7. Al indicar el signo de la pendiente de cuatro rectas dadas en un mismo plano, los estudiantes asumieron que las rectas con pendiente positiva se corresponden con aquellas cuya gráfica se ubica en el semi eje positivo *x* y, análogamente, asociaron pendiente negativa con el semi eje negativo *x* (ver Figura 7).

Figura 7

E6 indica que el signo de la pendiente es determinado por el signo del semi eje x para las tareas 7 y 9



Fuente: Obtenida de los datos.

El signo de la pendiente de una curva lo determina el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica

Esta concepción alternativa fue evidenciada en las producciones de E1, E3, E4, E6, E8 y E26 en la tarea 9. Ellos asumen que una curva cuya gráfica es dada tiene pendiente positiva en la región donde su gráfica se corresponde con valores positivos de x y, análogamente, presenta pendiente negativa en la zona donde x es negativa. La construcción de este subtema la posibilitaron respuestas como "la pendiente es negativa si x es negativo" y "para decidir solo hay que ver la recta x". A continuación se muestra un extracto de la entrevista con E26 que da evidencia de ello.

> Investigador.- ¿Dónde la curva tiene pendiente negativa?
>
> E15.- [Escribe, señala el semi eje negativo x y genera la escala; luego traza rectas verticales hacia la gráfica de la curva] Mire, *yo creo que es negativa aquí, donde x es negativa*.
>
> Investigador.- ¿Por qué lo asumes así?
>
> E15.- …por la gráfica, aquí es claro, *el eje x es el decisivo*, yo así lo considero.
>
> Investigador.- ¿Habrá otra forma de verlo?
>
> E15.- Tal vez, pero yo así lo considero.

Discusión y conclusiones

Los resultados revelaron que, aunque los estudiantes habían abordado el concepto de *pendiente* en grados anteriores, mostraron diversas concepciones alternativas. Estas concepciones parecen derivar tanto de su experiencia cotidiana como de su aprendizaje escolar. En general, se identificaron ocho concepciones alternativas, incluyendo la interpretación de la pendiente como *la longitud de un segmento de recta*, *el objeto*, *una ecuación lineal o algún elemento de esta*, *el valor del ángulo de inclinación de una recta*, *las curvas no tienen pendiente*, *la distancia del eje x a un punto de esta*, *la pendiente de una recta gráficamente representa un punto en el plano cartesiano* y *el signo de la pendiente queda determinado por el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica*.

La concepción alternativa de la pendiente como *la longitud de un segmento de recta* se destacó en los procedimientos y argumentos de dieciocho estudiantes, siendo la más frecuente en este estudio. Sin embargo, esta idea no parece ser exclusiva de los estudiantes de zonas rurales, ya que también fue identificada como una concepción alternativa entre profesores norteamericanos de secundaria, quienes definieron la pendiente como la distancia entre dos puntos (Byerley y Thompson, 2017), y en estudiantes mexicanos de secundaria, quienes también describieron la pendiente como longitud de un segmento de recta (Rivera y Dolores, 2021). Este hallazgo resalta la limitada comprensión del concepto de pendiente que los estudiantes logran desarrollar en entornos escolares, probablemente debido a las limitaciones que enfrentan los propios profesores con el concepto.

Por otro lado, en el contexto rural el término "pendiente" en la vida cotidiana se utiliza para referirse a calles empinadas, subidas, declives, entre otros accidentes geográficos. Estas ideas se evidenciaron a través de la concepción alternativa de la pendiente como *el objeto* en la mitad de los participantes. Esto indica que las ideas formadas a través de la experiencia cotidiana son resistentes al cambio e incluso persisten después de la enseñanza, como se ha reportado en otros estudios (Chi et al., 2012; Denbel, 2014; Bostan, 2016; Rivera y Dolores, 2021).

Por su parte, la pendiente como *una ecuación lineal o algún elemento de esta* fue evidenciada por diez participantes. Esta concepción alternativa parece ser consecuencia de un aprendizaje centrado en la memorización y la repetición de algoritmos que es privilegiada en diferentes niveles educativos en México cuando se gestiona la enseñanza de la pendiente. Esta situación provoca un aprendizaje procedimental y relega a un segundo plano el desarrollo de nociones conceptuales (Salgado, 2020; Rivera y Dolores, 2021).

La concepción alternativa de la pendiente entendida como *el valor del ángulo de inclinación de la recta* surgió con menor frecuencia que las anteriores. Esto se debió a que algunos estudiantes describieron la pendiente como la inclinación de la recta a través del ángulo de inclinación de esta, en lugar de considerarla como la medida de dicha inclinación, como se ha sugerido en investigaciones previas y en la propia definición de *pendiente* (Lobato y Thanheiser, 2002; Agudelo-Valderrama y Martínez, 2016).

Otro hallazgo de esta investigación fue el escaso vínculo entre la pendiente y el concepto de *derivada*. Nueve estudiantes señalaron que la pendiente solo se puede calcular numéricamente en una recta, idea desarrollada en su curso de Geometría Analítica. Sin embargo, no logran trascender esta idea para una curva ya que no la conciben como la pendiente de la recta tangente a la misma. Esto reflejó una escasa interpretación variacional del concepto, idea que también emerge en estudiantes universitarios (Rivera et al., 2019) y en el contenido que enseñan profesores de bachillerato sobre el concepto *pendiente* (Salgado, 2020).

Uno de los hallazgos novedosos de este estudio fue la *interpretación gráfica de la pendiente como un punto en el plano cartesiano*. Esta concepción alternativa fue identificada en las respuestas de siete estudiantes y utilizada en reiteradas ocasiones, y pone de manifiesto que cuando los estudiantes enfrentan limitaciones en su conocimiento utilizan aquello que les resulta familiar y fácil de realizar, tal como se advierte en Salgado (2020).

Otra concepción alternativa detectada en las producciones de seis estudiantes fue *el signo de la pendiente lo determina el signo del semi eje x donde se ubica la gráfica*. Esta parece ser producto del escaso razonamiento covariacional de los estudiantes, como sugieren Carlson et al. (2002), y de la escasa interpretación de la pendiente como un indicador del comportamiento de la recta, como lo señalan Nagle y Moore-Russo (2014).

La pendiente de una recta como *la distancia del eje x a un punto de esta* fue evidenciada por la cuarta parte de los participantes cuando señalaron que la pendiente es el valor de la máxima ordenada en la gráfica de una recta dada. Este resultado es consistente con lo reportado por Dolores et al. (2002) al trabajar con la pendiente y la velocidad con estudiantes del mismo nivel educativo, e incluso con profesores en formación, como lo reportaron Billings y Klanderman (2000). Por otro lado, esta idea fue diagnosticada como una preconcepción de la pendiente entre estudiantes que aún no recibían una instrucción formal del concepto (Rivera y Dolores, 2021), lo cual parece indicar la escasa incidencia de la instrucción formal en el desarrollo conceptual de la pendiente.

Los resultados de este estudio sugieren una similitud con hallazgos de investigaciones previas realizadas en diversas poblaciones. Esto nos lleva a plantear la hipótesis de que la enseñanza de las matemáticas no integra adecuadamente el contexto y la cultura de los estudiantes al abordar conceptos como el de la pendiente. Esta carencia impacta en el proceso de aprendizaje de los alumnos y resalta la limitada influencia de la instrucción formal en la comprensión de dicho concepto. Además, pone de relieve el rezago académico que experimentan las comunidades rurales debido a las numerosas carencias que enfrentan (Blanco y Blanco, 2009; Clarkson, 2004; Schemelkes, 2014; García, 2014).

Consideramos crucial que futuras investigaciones se centren en analizar el conocimiento que los profesores de matemáticas emplean en su práctica docente al enseñar conceptos críticos como la pendiente, especialmente en zonas rurales y en los diferentes niveles educativos. Sería beneficioso proponer diseños que integren las nociones desarrolladas a través de las diferentes experiencias de la vida cotidiana de los estudiantes. Esto puede potenciar significativamente el aprendizaje de los estudiantes de dichas zonas.

Referencias

Abouchedid, K., y Nasser, R. (2000). *The role of presentation and response format in understanding, preconceptions and alternative concepts in algebra problems*. United States Department of Education. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED438174.pdf

Abreu, R., Dolores, C., Sánchez, J. L., y Sigarreta, J. M. (2020). El concepto de pendiente: estado de la investigación y prospectivas. *Números*, *103*, 81-98. http://ri.uagro.mx/bitstream/handle/uagro/1960/ART_6385_20.pdf

Agudelo-Valderrama, C., y Martínez, D. (2016). In pursuit of a connected way of knowing: The case of one mathematics teacher. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *14*(4), 719-737. https://www.researchgate.net/publication/270511027_In_Pursuit_of_a_Connected_Way_of_Knowing_The_Case_of_One_Mathematics_Teacher

An, S., y Wu, Z. (2012). Enhancing mathematics teachers' knowledge of students' thinking from assessing and analyzing misconceptions in homework. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*, 717-753. https://link.springer.com/article/10.1007/s10763-011-9324-x

Billings, E., y Klanderman, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice K-8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, *100*(8), 440-450. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2000.tb17332.x

Birgin, O. (2012). Investigation of eighth-grade students' understanding of the slope of the linear function. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *26*(42a), 139-162. https://doi.org/10.1590/S0103-636X2012000100008

Blanco, B., y Blanco, L. J. (2009). Contextos y estrategias en la resolución de problemas de primaria. *Números, 71*, 75-85. https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/contextos-y-estrategias-en-la-resolucion-de-problemas-de-primaria/

Bostan, A. (2016). Conceptual level of understanding about sound concept: Sample of fifth grade students. *e-International Journal of Educational Research*, *7*(1), 87-97. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED565788.pdf

Braun, V., y Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77-101. http://dx.doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Braun, V., y Clarke, V. (2012). Thematic analysis. En H. Cooper, P. M. Camic, D. L. Long, A. T. Panter, D. Rindskopf y K. J. Sher (eds.), *APA handbook of research methods in psychology, vol. 2. Research designs: Quantitative, qualitative, neuropsychological, and biological* (pp. 57-71). American Psychological Association. https://doi.org/10.1037/13620-004

Byerley, C., y Thompson, P. (2017). Secondary mathematics teachers' meanings for measure, slope, and rate of change. *The Journal of Mathematical Behavior*, *48*(1), 168-193. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.09.003

Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., y Hsu, E. (2002). Applying covariational reasoning while modeling dynamic events: A framework and a study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(5), 352-378. https://doi.org/10.2307/4149958

Chhabra, M., y Baveja, B. (2012). Exploring minds: Alternative conceptions in science. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *55*, 1069-1078. https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.599

Chi, M. T. H., Roscoe, R. D., Slotta, J. D., Roy, M., y Chase, C. C. (2012). Misconceived causal explanations for emergent processes. *Cognitive Science*, *36*(1), 1-61. https://doi.org/10.1111/j.1551-6709.2011.01207.x

Cho, P., y Nagle, C. (2017). Procedural and conceptual difficulties with slope: An analysis of students' mistakes on routine tasks. *International Journal of Research in Education and Science*, *3*(1), 135-150. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1126738.pdf

Choy, B., Lee, M., y Mizzi, A. (2015). Textbook signatures: An exploratory study of the notion of gradient in Germany, Singapore and South Korea. En K. Beswick, T. Muir y J. Wells (eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 161-168). PME. https://www.researchgate.net/publication/280301687_TEXTBOOK_SIGNATURES_AN_EXPLORATORY_STUDY_OF_THE_NOTION_OF_GRADIENT_IN_GERMANY_SINGAPORE_AND_SOUTH_KOREA

Clarkson, P. C. (2004). Teaching mathematics in multilingual classrooms: The global importance of contexts. En I. P. Cheong, H. S. Dhindsa, I. J. Kyeleve y O. Chukwu (eds.), *Globalisation trends in science, mathematics and technical education* (pp. 9-23). Universiti Brunei Darussalam. https://acuresearchbank.acu.edu.au/item/89v82/teaching-mathematics-in-multilingual-classrooms-the-global-importance-of-contexts

Coe, E. E. (2007). *Modeling teachers' ways of thinking about rate of change* [Tesis de Doctorado no publicada]. Arizona State University. http://pat-thompson.net/PDFversions/Theses/2007Ted.pdf

Confrey, J. (1990). A review of research on students conceptions in mathematics, science and programming. En C. E. Cazden (ed.), *Review of research in education* (pp. 3-56). American Educational Research Association. https://doi.org/10.2307/1167350

Denbel, D. G. (2014). Students' misconceptions of the limit concept in a first Calculus course. *Journal of Education and Practice, 5*(34), 24-40. https://core.ac.uk/download/pdf/234636567.pdf

Dolores-Flores, C., e Ibáñez-Flores, G. (2020). Conceptualizaciones de la pendiente en libros de texto de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *34*(67), 825-846. https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a22

Dolores, C. (2004). Acerca del análisis de funciones a través de sus gráficas: concepciones alternativas en estudiantes de bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *7*(3), 195-218. https://www.redalyc.org/pdf/335/33570301.pdf

Dolores, C., Alarcón, G., y Albarrán, D. (2002). Concepciones alternativas sobre las gráficas cartesianas del movimiento: el caso de la velocidad y la trayectoria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *5*(3), 225-250. https://n9.cl/ha4qw

Dolores, C., Rivera, M. I., y Moore-Russo, D. (2020). Conceptualizations of slope in Mexican intended curriculum. *School Science and Mathematics*, *120*(2), 104-115. https://doi.org/10.1111/ssm.12389

Dolores-Flores, C., Rivera-López, M. I., y García-García, J. (2019). Exploring mathematical connections of pre-university students through tasks involving rates of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *50*(3), 369-389. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1507050

Fujii, T. (2020). Misconception and alternative conceptions in mathematics education. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 625-627). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_114

García-García, J. (2014). El contexto cultural y la resolución de problemas: vistos desde el salón de clases de una comunidad Ñuu Savi. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática: Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática*, *7*(1), 50-73. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274030901003

García, J. (2018). *Conexiones matemáticas y concepciones alternativas asociadas a la derivada y a la integral en estudiantes del preuniversitario* [Tesis de Doctorado inédita]. Universidad Autónoma de Guerrero. https://www.researchgate.net/profile/Javier_Garcia-Garcia4

Goldin, G. A. (2000). A scientific perspective on structured, task-based interviews in mathematics education research. En A. E. Kelly y R. A. Lesh (eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 517-545). Lawrence Erlbaum Associates. https://www.researchgate.net/profile/Gerald-Goldin/publication/313744920_A_scientific_perspective_on_structured_task-based_interviews_in_mathematics_education_research/links/5beb10d64585150b2bb4d8cd/A-scientific-perspective-on-structured-task-based-interviews-in-mathematics-education-research.pdf

Juárez, D., y Rodríguez, C. R. (2016). Factores que afectan a la equidad educativa en escuelas rurales de México. *Revista de Investigación Educacional Latinoamericana*, *53*(2), 1-15. https://doi.org/10.7764/PEL.53.2.2016.8

Kaplan, A., Ozturk, M., y Ocal, M. F. (2015). Relieving of misconceptions of derivative concept with derive. *International Journal of Research in Education and Science, 1*(1), 64-74. https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED564414.pdf

Kastberg, S. E. (2002). *Understanding mathematical concepts: the case of the logarithmic function* [Tesis de Doctorado no publicada]. University of Georgia. https://jwilson.coe.uga.edu/Pers/Dissertations/kastberg_signe_e_200205_phd.pdf

Lehmann, C. H. (1980). *Geometría analítica*. Limusa. https://www.cimat.mx/ciencia_para_jovenes/bachillerato/libros/[Lehmann]GeometriaAnalitica.pdf

Lobato, J., y Thanheiser, E. (2002). Developing understanding of ratio as measure as a foundation for slope. En B. Litwiller y G. Bright (eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions: 2002 yearbook* (pp. 162-175). National Council of Teachers of Mathematics. https://www.researchgate.net/publication/264860927_Developing_understanding_of_ratio_as_measure_as_a_foundation_for_slope

López, G., y Tinajero, G. (2011). Los maestros indígenas ante la diversidad étnica y lingüística en contextos de migración. *Cuadernos de Comillas, 1,* 5-21. https://aulaintercultural.org/2011/07/17/los-maestros-indigenas-ante-la-diversidad-etnica-y-linguistica-en-contextos-de-migracion/

López, L., Beltrán, A., y Pérez, M. A. (2014). Deserción escolar en universitarios del centro universitario UAEM Temascaltepec, México: estudio de caso de la licenciatura de Psicología. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, *7*(1), 91-104. https://revistas.uam.es/riee/article/view/3390

Lucariello, J., Tine, M. T., y Ganley, C. M. (2014). A formative assessment of students' algebraic variable misconceptions. *Journal of Mathematical Behavior, 33,* 30-41. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.09.001

Mahmud, M., y Gutiérrez, O. (2010). Estrategia de enseñanza basada en el cambio conceptual para la transformación de ideas previas en el aprendizaje de las ciencias. *Formación Universitaria*, *3*(1), 11-20. https://www.scielo.cl/pdf/formuniv/v3n1/art03.pdf

Mevarech, Z., y Kramarsky, B. (1997). From verbal description to graphic representation: Stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics*, *32*(3), 229-263. https://doi.org/10.1023/A:1002965907987

Moore-Russo, D., Conner, A., y Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 3-21. https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-010-9277-y

Nagle, C., y Moore-Russo, D. (2013). The concept of slope: Comparing teachers' concept images and instructional content. *Investigations in Mathematics Learning*, *6*(2), 1-18. https://www.researchgate.net/publication/261348486_The_Concept_of_Slope_

Comparing_Teachers'_Concept_Images_and_Instructional_Content

Nagle, C., y Moore-Russo, D. (2014). Slope across the curriculum: Principles and standards for school mathematics and common core state standards. *The Mathematics Educator*, *23*(2), 40-59. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1027058.pdf

Narjaikaewa, P. (2013). Alternative conceptions of primary school teachers of science about force and motion. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *88*(2), 250-257. https://www.researchgate.net/publication/275542437_Alternative_Conceptions_of_Primary_School_Teachers_of_Science_about_Force_and_Motion

Osborne, R. J., y Wittrock, M. C. (1983). Learning science: A generative process. *Science Education*, *67*(4), 498-508. https://doi.org/10.1002/sce.3730670406

Planea [Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes] (2018). *Resultados nacionales de logro en EMS. Lenguaje y comunicación, matemáticas*. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.

Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A., e Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *10*(6), 1393-1414. https://doi.org/10.1007/s10763-012-9344-1

Rivera, M. I., y Dolores, C. (2021). Preconcepciones de pendiente en estudiantes de educación secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, *39*(1), 195-217. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.3045

Rivera, M. I., Salgado, G., y Dolores, C. (2019). Explorando las conceptualizaciones de la pendiente en estudiantes universitarios. *Bolema*, *33*(65), 1027-1046. http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a03

Salgado, G. (2020). *Conceptualizaciones de pendiente que poseen los profesores del bachillerato y las que enseñan a sus estudiantes* [Tesis de Doctorado inédita]. Universidad Autónoma de Guerrero. http://ri.uagro.mx/bitstream/handle/uagro/3834/TD_5142653_20.pdf

Salgado, G., Rivera, M. I., y Dolores, C. (2020). Conceptualizaciones de pendiente: contenido que enseñan los profesores del bachillerato. *Unión - Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *15*(57), 41-56. https://n9.cl/uil5j1

Schmelkes, S. (2014). El derecho a la educación. En *El derecho a una educación de calidad. Informe 2014*. Instituto Nacional de Evaluación Educativa. https://www.inee.edu.mx/wp-content/uploads/2018/12/P1D239-1.pdf

Serhan, D. (2015). Students' understanding of the definite integral concept. *International Journal of Research in Education and Science*, *1*(1), 84-88. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1105099.pdf

Stanton, M., y Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: A review of state standards. *School Science and Mathematics*, *112*(5), 270-277. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2012.00135.x

Stewart, J. (2012). *Cálculo de una variable: Trascendentes tempranas.* (7a. ed.) Cengage Learning. https://eva.interior.udelar.edu.uy/pluginfile.php/96366/mod_resource/content/1/Stewart.%20C%C3%A1lculo%20de%20una%20variable..pdf

Stump, S. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, *101*(2), 81-89. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2001.tb18009.x

Wilhelm, J. A., y Confrey, J. (2003). Projecting rate of change in the context of motion onto the context of money. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*(6), 887-904. https://doi.org/10.1080/00207390310001606660

Cómo citar este artículo:

Salgado-Beltrán, G., y García-García, J. (2024). Concepciones alternativas sobre el concepto de pendiente en estudiantes de nivel medio superior de una zona rural. *IE Revista de Investigación Educativa de la REDIECH*, *15*, e1942. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v15i0.1942